

# 実践報告・・・「数学は役に立つ！」

藤野稔寛

徳島県立城東高等学校／1990年学校教育研究科  
教科・領域教育専攻 自然系コース（数学）修了

徳島県の高等学校では、夏休みに「中学生体験入学」というものをおこなっています。私の勤務する徳島県立城東高等学校でも、平成19年度は994名の生徒と61名の中学校教諭等、及び、177名の保護者、計1232名の参加を得て「中学生体験入学」がおこなわれました。994名という生徒数は、本校の全生徒数に匹敵し、入学定員の約3倍になります。職業科のある高校なら、どんな授業をやっているのか見てみる価値がありそうですが、本校は普通科ですので、「体験入学」といっても、生徒は普通教科の授業を1時間だけ受けることになります。それにどれほどの意味があるのか甚だ疑問ですが、しかし、やるしかないので、私も数学の授業をおこないました。考えてみれば、この授業は、たった1時間のうちに生徒の心を掴み、本校に入学したいという気持ちを強くしてもらわなければならないという難しさがあります。が、同時に、カリキュラムに縛られず、自由な内容でできるという面白さもあるわけです。

この「中学生体験入学」の授業で、私は、「数学は役に立つ！」という独特なテーマを設定し、数学の有用性と面白さを実感してもらおうと考えました。

「数学は何の役に立つのか?」、「数学は何のために勉強するのか?」という疑問を持っている人は多いでしょう。もちろん、買い物など、日常生活をしていく上での算数の必要性を否定する人はいないでしょうし、物理学の研究などに高等な数学が必要であることも明白です。しかし、多くの人々は、「日常生活の中で『連立方程式』や『2次関数』などが必要になることはない」と確信しているのではないのでしょうか。このために先の疑問などが出てくるのではないかと考えられます。そして、この確信は、数学を学ぶことが人間の動作や脳活動に何らかの有意義な効果を意識下でもたらすという研究結果でも現れない限り、事実には他なりません。実際、私自身も日常生活の中で連立方程式や微分方程式を解くことはまったくあり

ません。数学を使う機会がなければ、それが役に立つものだという実感が持てないのは当然だと思います。(学習指導要領では「数学的な見方や考え方・・・を積極的に活用する態度を育てる」ということが数学教育の目標とされていますが、こういう高邁な目標が本当に妥当なものなのか、いったい達成できるものなのか、大いに疑問です。)

ところで、加減乗除や高等数学ではなく、中学校・高等学校で学ぶ程度の数学(これを本学会の名前にもなっている「学校数学」と呼べるかもしれませんが)が身近にある最新の機器に応用されている例があることは案外知られていません。そこで、私は、X線CTやGPSに「学校数学」が応用されていることを知らせ、「数学は役に立つ！」ということを実感してもらうことにしました。

しかし、私は「数学は役に立つ、だから数学を勉強しなさい」と言うつもりはありませんし、「数学を学ぶのは、数学が役に立つものだからだ」とも思いません。もちろん、将来仕事で数学が必要になるような人は別ですが、私は、一般的には「数学は面白いから学ぶのだ」と思っています。ところが、多くの生徒は「数学は面白くない」と考えているようです。本当は数学はたいへん面白いものなのに、どうしてこういうことになるのでしょうか。やはり、私たち数学教師が数学の面白さを生徒に十分伝えていないと考えるべきなのでしょう。私は普段の授業の中でいつもこのことを考えていますが、ついつい受験対策中心の、進度ばかり気にした授業になってしまいます。こうして、私の意図とは逆に、私自身が数学嫌いを作り出しているのかもしれない。

そこで、この「中学生体験入学」における授業では、何でも扱える利点を活かして、「数学は面白い」ということを明確に示そうと考えました。そのための題材は、中学生でもわかる計算のもので、しかも、数の不思議をビジュアルに示せるものとして、カオスが良いと思いました。

こうして、次のような授業を行いました。数式などを記した、レジユメのようなプリント(図1)を1枚配布しました。

### 1. X線CTと連立1次方程式、行列

まず、X線CTを使うと体の断層像が得られることを伝え、そのサンプル(頭部)をプロジェクターで見せました。そして、このプロジェクターの光に手を差し出して、レントゲンならこのように影を撮っているだけだが、いったい断層像はどうやって撮っているのだろうか、と問いかけました。X線CTは、いろいろな角度からの影のデータを取っていますが、そのことを説明するために、自作のソフト(図2)を用い、先のサンプルについて3方向からX線を当てたときの影の様子をプロジェクターで見せました。こうしたデータから連立1次方程式を立てて解いているのだということを説明し、断面を $3 \times 3$ に分割した簡単なモデルについて実際に連立方程式を解かせました。これは9元1次連立方程式で、中学生にとっては未知数の数が多いですが、ほとんどの解を0にしておき、0と分かった項を消していくだけで解けるように工夫しました。実際のCTは、 $1000 \times 1000 = 100$ 万に分割すると、「100万円1次連立方程式」を解くことになるが、それは、高校で習う「行列」の考えを使ってコンピュータで計算すると、一瞬のうちに解ける、と伝えました。

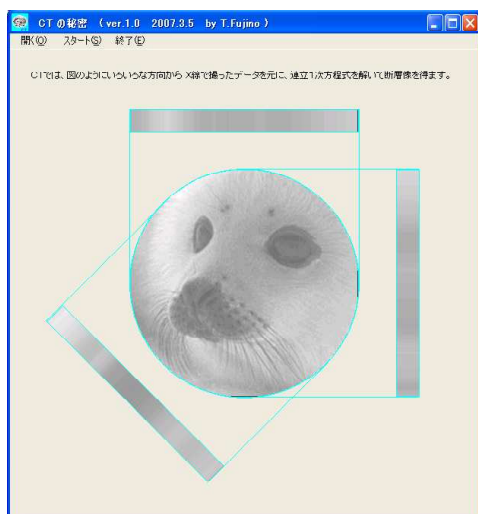


図2 3方向からX線を当てて影のデータを取っている様子を示す。実際の授業では、人の頭部の本物のCT画像を用いた。

### 2. GPSとピタゴラスの定理

GPSは車載ナビなどに使われており、正確な位置を知る道具であることはほとんどの生徒が知っていましたが、その原理は誰も知りませんでした。ひとりの生徒だけが、GPS携帯は衛星からの電波を受信している、ということを知っていました。私は、GPSが電波を発信して誰かに位置を問い合わせているのではないし、衛星が位置の情報を発信しているわけでもない、実は、衛星が正確な時報を発信しており、GPSはそれを受信しているだけであると伝えました。そして、時報を受信するだけでどうして自分の位置が分かるのだろうか、と問いかけました。黒板に、本当は立体的なものだが $x-y$ 平面で考えることを断って、3個の衛星と自分の位置の図を描き、異なる衛星からの時報の到着時刻のずれから、ピタゴラスの定理を使うと、自分の位置( $x$ 座標と $y$ 座標)についての連立方程式が立てられることを示しました。

### 3. 電子体温計と等比数列(+等比数列で金儲け)

水銀を使う旧来の体温計は水銀が体温と同じ温度になるまで待たなければならないが、電子体温計はかなり短い時間で体温を表示することができること、及び、その理由を説明しました。体温計の温度が体温に向かって変化していくとき、両者の温度の差が一定時間に一定数倍ずつになっていくが、これは「等比数列」の一例であることを知らせました。そして、具体的に $30^\circ$ 、 $32^\circ$ 、 $33.6^\circ$ ・・・と体温計の温度が変化していく場合について、体温 $x^\circ$ と倍率(公比) $a$ についての連立方程式を立てて見せ、これを解かせてみました。 $ax$ という項が出るので、中学生にとっては若干発展的で、少し手こずっているようでしたので、私が黒板で解いて見せました。また、「数列の極限」や「微分」の考え方を利用することもでき、原理的には非常に短時間で体温を「予測」することができることを知らせました。

ここで、「等比数列」が出てきたので、ちょっと余談ということで、初項1、公比2の等比数列を利用すると大金持ちになれる、そのためには、9月になったら、お母さんに「お小遣いは、1日は1円、2日は2円、3日は4円がいい、その代わり、こういう風に毎日倍々にしていってね」と話して、このように約束しよう、と話しました。9月30日に受け取れる金額を予想させてみると、最大でも100万円でした。 $2^{30}$ 、 $2^{29}$ を計算して見せ、この方法を使うと必ず億万長者になれるので、「うまくいったら1億円ぐらい頂戴ね」と話しました。

以上で「数学は役に立つ」ことを示したわけですが、「役に立つから学ぶ」のではない、「面白いから学ぶ」のだ、ということで、以下の2例で数の不思議＝面白さを示しました。

#### 4. ロジスティック写像

計算としては2次関数の値を求めるだけだが、非常に不思議な結果が得られる例として、「ロジスティック写像」を紹介しました。計算方法を説明した後、自作のソフトを実行して、プロジェクターで見せました。「係数を変化させたときの数値密度マップ」(図3)では、非常に美しい画像が得られます。各自の机上にあるパソコンでも表示させ、この画像の任意の領域を拡大してみるように指示しました。とても不思議な入れ子状態が確認できました。

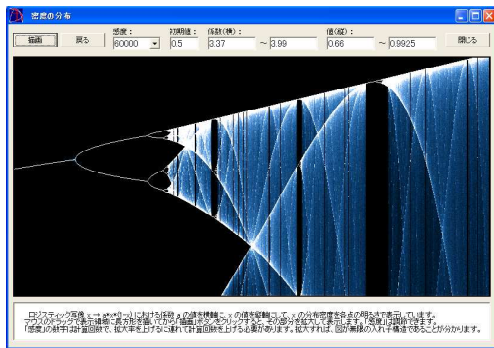


図3  $y=ax(1-x)$  の  $y$  を  $x$  に代入する計算を何万回も繰り返す。図の横軸は  $a$  ( $0 \sim 4$ )、縦軸は  $y$  の値で、 $y$  の出現頻度が高いほど明るくしている。図はその一部を拡大している。

#### 5. マンデルブロー集合

これも比較的簡単な計算で非常に美しい(グロテスク?)画像が得られます。やはり、計算方法を説明した後、自作のソフト(図4)を実行して、プロジェクターで見せました。さらに、各自の机上にあるパソコンでも実行させ、任意の領域を数万倍にも拡大して、不思議な形が入れ子状態になっていることを確認できました。

この2つの例でカオスの不思議は感じてもらいましたが、時間不足もあり、説明が不十分で、計算の手順と図の関連を納得してもらえた生徒は少

なかったと思います。だいたい、後から考えると内容が多すぎました。上の5項目でゆとりを持って授業するには、2時間必要だと思います。

授業の最後に、簡単に感想を書いてもらいました。以下は、37名全員について、書かれている内容を簡単にまとめてみました。延べ数です。

- 難しかった・・・・・・・・・・11
- よく分かった・・・・・・・・・・7
- 面白かった、楽しかった・・・・・・・・25
- 数学が好きになった、興味が湧いた・・・・15

全体として「難しかったけど、楽しかった」ということのようにです。参加した生徒は5教科の中から数学を希望した生徒ばかりですが、中には「もともと数学が好きだが、ますます数学が好きになった。もっと追求したい。」といった感想も2、3ありました。これ以外に「先生が面白かった」というのも目立ちました。だいたい、1時間だけの体験授業で分かることといえば、どんな先生がいるか、というのが第1でしょう。その意味では、今回の授業は、まあ不合格ではなかったということでしょうか。

授業で使用したソフトは、すべて私のホームページで公開しています。フリーソフトですので、ぜひ一度ご覧ください。モンテカルロ法で円周率を求めるソフトや、教科「情報」で使える画像処理ソフトなどもあります。授業で活用して頂ければ幸いです。URLは次のとおりです。

<http://www.7a.biglobe.ne.jp/~EDEL-plus/>

2007.8.11

図4

