

『暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”』の要旨と本原稿の構成について

北海道留萌高等学校 木村 尚士 【平成19年11月版】

新学習指導要領(平成11年3月告示)における高校数学の新しい科目「数学基礎」が、平成15年度より「数学」と並ぶ必履修選択科目として新設可能となりました。その「数学基礎」の教科書(実教出版株式会社「7実教 数基002」第4章 身近な数学)の中に“カレンダーの数学”という単元があります。たとえば、「西暦1988年10月10日は何曜日であるか求めなさい。」「自分の生年月日は何曜日であるかを求めてみよう。」といった問題を扱います。このように、西暦何年何月何日が何曜日なのかを、指の節(手のひらと指の形)を使って暗算で求める方法について、その解説及び例題、練習問題等を解答例も含めて作成しまとめました。

曜日を求めるアルゴリズムには「ツェラーの公式」 Calendar Formulas, Christian Zeller of Markgröningen : From the German by Sebastian Koppehel (1886) 1 Day of the Week Calculation があります。このツェラーの公式は、その日付が何曜日かを求めることができる、ガウス記号($[x]$: x を超えない最大整数)を使った計算式で、パソコンのソフトウェア開発等で用いられている大変便利な公式です。しかし、計算の得意なパソコンではなく、計算の不得意な人間が使うとしたらどうでしょう。

まずツェラーの公式を正確に覚えなければなりません。また、ガウス記号のまざった複雑な計算にも耐えなければなりません。珠算等でしっかり数値計算力を鍛えなければ、暗算で答えを出すのは容易なことではありません。

今から40~50年前頃に、日本国内の各地で一時ブームになったことがあるといわれる、ある曜日の求め方がありました。その方法は、右手の指の節を使い、元日が何曜日かわかっている年において、その元日の曜日を基に、その年の全ての日付の曜日(1年間のカレンダー全て)を求めることができるというものでした。体の一部である指を使うから覚えやすく、誰でも簡単にすぐその場で使える、とても便利な計算方法です。そこでこの方法に、西暦何年の元日が何曜日になるのかを求める新たな方法を、更に別途付け加え、これら二つを併用することで、遠く離れた日付の曜日も、指の節を使って求めることができるようになりました。これらの方法は、いわば一種のソフトウェアのようなものですが、使う道具はパソコンではなく、手を使うことのできる人間に備わるイメージーション、想像力であると言えるでしょう。手のひらと指の形をイメージし、曜日を求めるために必要なごく僅かの情報を、あなたの手や脳にインストールすることで、単調な計算をせずとも、西暦何年何月何日が何曜日なのかを暗算で求めることができるようになります。

これらの方法を、本校定時制課程の授業の中で実際に取り扱い、想像以上に学習効果を上げることが出来ました。特に印象的だったのは、7で割る割り算のできない生徒が、この方法ならしっかり理解し、正しく求めることができたことです。求め方は実に単純明快。しかも、どこでも手軽に使えるこの“カレンダーの数学”について、数学教育に携わるより多くの先生方のご理解をいただき、未来を担う若者たちに、その楽しさと便利さを存分

に味わい体験してもらい、実生活に役立つ数学の一例として、更には数学の有用性を実感させる新しい教材の一つとして、ご活用頂ければ幸いです

本稿は、次の4つの章で構成されています。

第A章 元日が何曜日かわかっている年の 月 日 が何曜日かを求める方法（右手）

右手の指の節7つを使って、1月1日が何曜日なのかを基に、その年の日付の曜日を求める方法を紹介しします。最初は覚えなければならない事が多いと感じる方もいるかもしれませんが、同じ月の1日・8日・15日・22日・29日は同じ曜日であることと、各月の朔日の位置が、指の節のどこなのかさえ覚えれば、1年間365日(閏年では366日)のどの日付の曜日も簡単に求めることができますようになります。何度か練習をして慣れてくれば、頭の中で右手の指の形をイメージし、カレンダーなしで何曜日かわかるようになります。

第B章 与えられた西暦(20世紀と21世紀)の元日が何曜日かを求める方法（左手）

西暦何年の元日が何曜日になるのかを求める方法を紹介しします。西暦2001年1月1日が西暦(4n+1)年の月曜日(左手の人差し指の月曜日)であることを基に、西暦4n年が必ず閏年となる範囲内において常に成り立つ合同式と、左手の指の節を用いて求めます。我々が指を使うことができる分、合同式もツェラーの公式より格段にシンプルで、労なく覚えやすい式となっています。取り扱える範囲は、20世紀と21世紀(1901年~2100年)ですが、2100年については100の倍数で400の倍数でない年のため、4n年だが閏年でないことだけ注意が必要です。

第C章 20世紀と21世紀以外の西暦の元日が何曜日かを求める方法（曜日加算）

第B章で取り扱える範囲を超える日付の曜日を求める方法を紹介しします。現在使われている暦であるグレゴリオ暦(ただしこの暦が最初に導入された1582年10月15日以降)の場合と、グレゴリオ暦導入以前に使われていたユリウス暦の場合と、大きく2つに分けて紹介しします。

第D章 グレゴリオ暦導入の経緯について(補足資料)

グレゴリオ暦導入の経緯とその採用年等についての資料をまとめています。

学校種によっては、第A章だけの学習でも十分教材として活用できます。また第A章と第B章の学習を併用すれば、20世紀と21世紀のすべての日付の曜日を暗算で求めることができ、「数学基礎」の教科書の問題にも十分対応できます。第C章と第D章は、さまざまな歴史的事柄と照らし合わせながら扱うこともできる教材です。

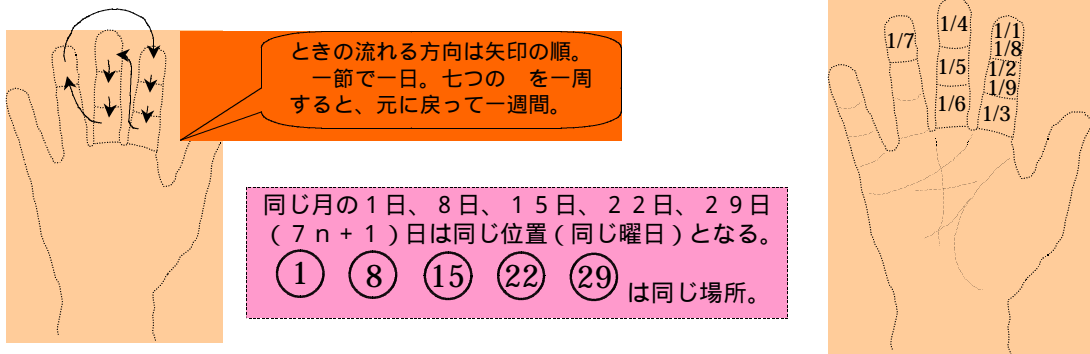
『暗算で何曜日かわかる “ カレンダーの数学 ”』における

第A章 元日が何曜日かわかっている年の 月 日が何曜日かを求める方法 (右手)

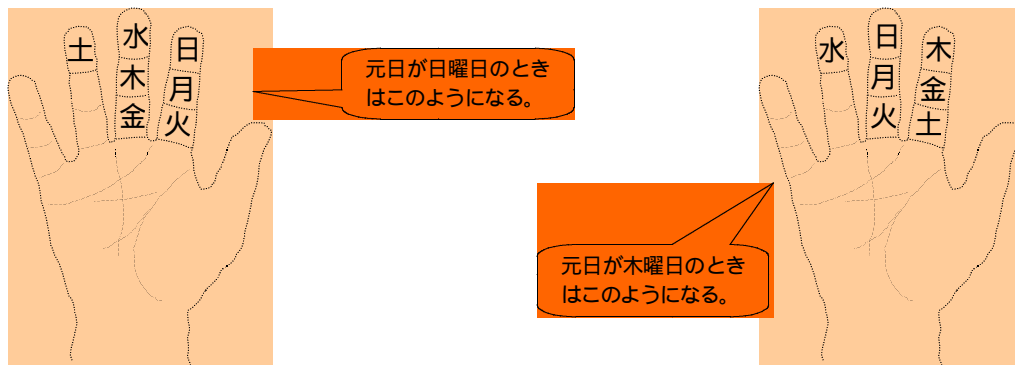
北海道留萌高等学校 木村 尚士 【平成19年11月版】

1 右手の人差し指の先を元日とする

求めたい年の元日が何曜日であっても、つねにその年の元日を、右手の人差し指の先に置きます。そして、指の節に区切りを入れ、図のように人差し指に三カ所、中指も三カ所、薬指は一カ所の合計七カ所を使用します。1日を指一節分として、元日から初めてこの七カ所を繰り返しまわるように、ときの流れる方向を左下の図のように定めます。すると、右下の図のように1月1日と1月8日は同じ位置(すなわち同じ曜日)であることがわかります。同様に、1月15日、1月22日、1月29日もすべて同じ位置だから同じ曜日になります。この、1, 8, 15, 22, 29日が同じ位置であることは、1月に限らず全ての月で同様に使いますので必ず覚えてください



以上のようにして、【日付の位置】を求めたら、今度は下の図のように、【曜日の位置】を求めます。【曜日の位置】は、曜日を求めたい年の元日の曜日を、つねに右手の人差し指の先に置き、ときの流れる方向も同様に定めます。たとえば、元日が日曜日の年のときは、日曜日の人差し指の先にくるから、その他の曜日も左下の図のようになります。あるいは、元日が木曜日の年のときは、木曜日の人差し指の先にくるから、その他の曜日も右下の図のようになります

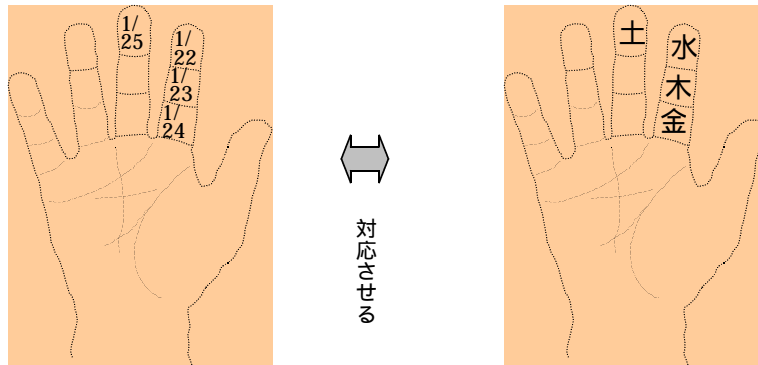


このように、同じ右手の指の上で、【日付の位置】と【曜日の位置】をそれぞれ求め、それらを重ね合わせて対応させることで、目的の日付の曜日を求めることができます。ま

ず、簡単な例題を紹介しましょう。

例題 A1 元日が水曜日の年において、1月25日は何曜日か求めよ。

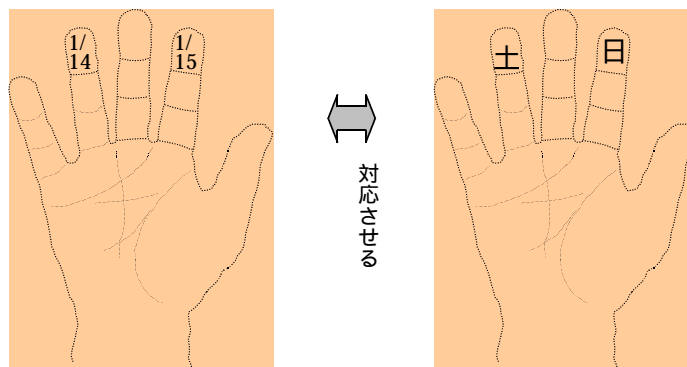
解答例 日付の位置は、1月22日が人差し指の先だから、1月25日は中指の先になる。また、曜日の位置は、元日が水曜日だから人差し指の先が「水」になるので、中指の先は「土」になる。



答え 1月25日は土曜日である。

例題 A2 元日が日曜日の年において、1月14日は何曜日か求めよ。

解答例 日付の位置は、1月15日が人差し指の先だから、1月14日は薬指の先になる。また、曜日の位置は、元日が日曜日だから人差し指の先が「日」で、薬指の先は「土」になる。



答え 1月14日は土曜日である。

2 各月の朔日の位置を覚えて活用する

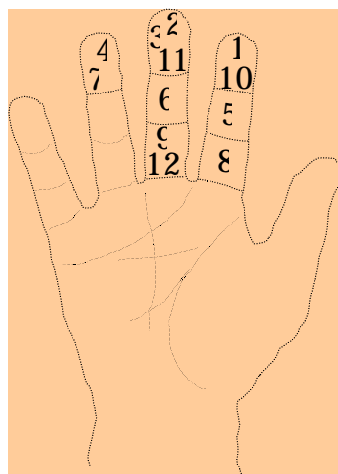
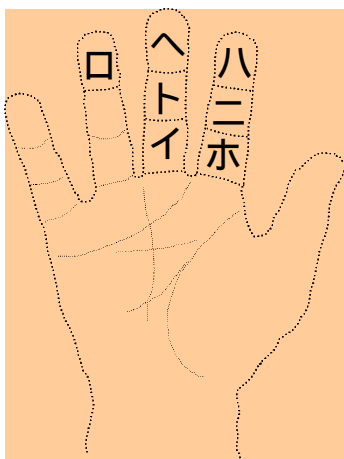
下の表は、1月から12月までの各月の日数と、その日数が mod7 で合同になる整数(その日数を7で割ったときのあまり)をまとめたものです。大の月(1月・3月・5月・7月・8月・10月・12月)の翌月の朔日は、その月の朔日+3日。小の月(4月・6月・9月・11月)の翌月の朔日は、その月の朔日+2日。特に、2月の翌月(3月)の朔日は、2月の朔日±0日であることがわかります。(ただし、扱っているこの年は閏年で

ないものとし、閏年の場合の扱い方については本章後節で別途紹介します。) この表の結果を、前節同様、ときの流れる方向を意識し、各月の朔日の場所が左下の図のハ~口のどの位置にあるかを求め、各月の朔日の位置をまとめたものが右下の図になります。

月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
日数	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
日数 $\pmod{7}$	+3	± 0	+3	+2	+3	+2	+3	+3	+2	+3	+2	+3
朔日の場所の計算		ハ+3	ヘ ± 0	ヘ+3	ロ+2	ニ+3	ト+2	ロ+3	ホ+3	イ+2	ハ+3	ヘ+2
朔日の場所	ハ	ヘ	ヘ	ロ	ニ	ト	ロ	ホ	イ	ハ	ヘ	イ

【1月~12月までの各月の日数と合同な値(7で割ったあまり)及び朔日の場所】
上の表におけるハ~ロの場所は下の通り。

【1月~12月までの各月の朔日の位置】



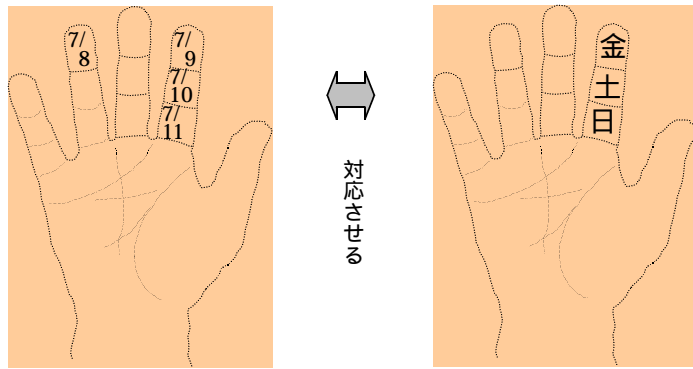
右上の【1月~12月までの各月の朔日の位置】を必ず覚えてください。
これを覚えるだけで、1年間のカレンダーを全て覚えたのと同じことになります。
覚えやすくするために、以下 ~ にその特徴をまとめておきます。

- 3の倍数の月は、全て中指に並んでいる。
- 2月と3月は同じ中指の先で、11月も同じ中指の先である。
- 1月と10月は同じ人差し指の先である。
- 4月と7月は同じ薬指の先である。
- 9月と12月は同じ中指の一番下である。
- 5月は、6月の右隣り(隣の人差し指)である。
- 8月は、9月の右隣り(隣の人差し指)である。

覚えたらもう一度、1月~12月までの場所を、1月から順番に、親指で押さえながら、何度か復習して慣れてください。では次に、これらを利用した例題を紹介します。

例題 A3 元日が金曜日の年において、7月11日は何曜日か求めよ。

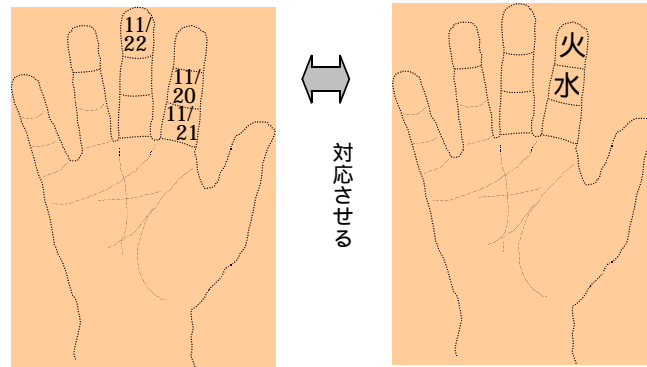
解答例 7月1日も7月8日も、薬指の先である。また、元日は金曜日だから、



答え 7月11日は日曜日である。

元日が火曜日の年において、11月20日は何曜日か求めよ。

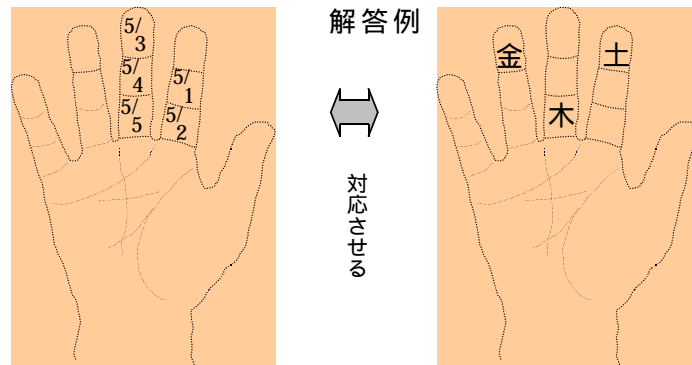
解答例 11月1日、8日、15日、22日は、同じ中指の先である。また、元日は火曜日だから、



答え 11月20日は水曜日である。

例題 A5

元日が土曜日の年において、5月5日は何曜日か求めよ



答え 5月5日は木曜日である。

以上のように、1月～12月までの各月の朔日の位置を活用することで、その年の元日

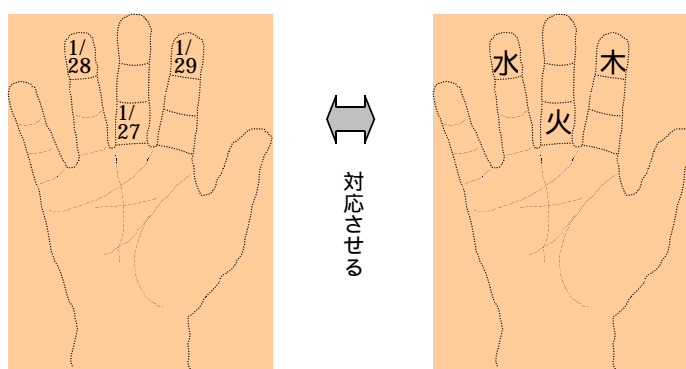
の曜日さえわかっているならば、その年のカレンダーはすべて右手の上に現れてくることになります。

3 その年が閏年のときに行う後処理について

曜日を求めようとする年が閏年のときは、2月が29日までであるので、1月～2月の計算方法については閏年でないときと同様ですが、3月～12月については、2月29日が増えた分、求めた計算結果（曜日）の翌日の曜日（たとえば「月」なら「火」、「火」なら「水」、…、「日」なら「月」）が正しい答えになります。例題をやってみましょう。

例題 A6 元日が木曜日の年（ただし、閏年）において、1月27日は何曜日か求めよ。

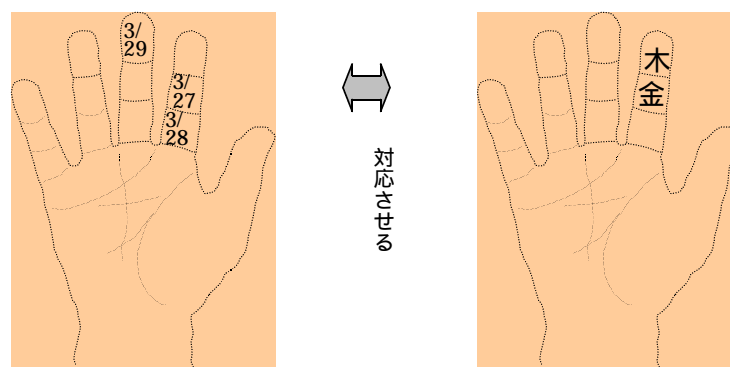
解答例



答え 1月27日は火曜日である。
 （閏年でも1月と2月は調整不要）

例題 A7 元日が木曜日の年（ただし、閏年）において、3月27日は何曜日か求めよ。

解答例

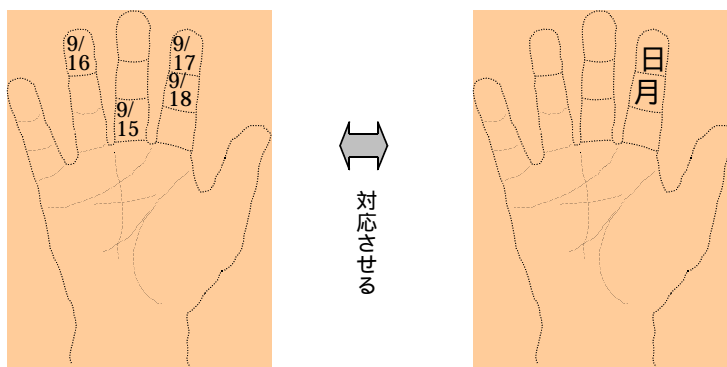


求める日付は、閏年の3月以降であるから、

答え 3月27日は土曜日である。
 （3月～12月の閏年は調整+1を行い、金曜日の翌日が答えとなる。）

例題 A8 元日が日曜日の年（ただし、閏年）において、9月18日は何曜日か求めよ。

解答例



求める日付は、閏年の3月以降であるから、

答え 9月18日は火曜日である。

(3月～12月の閏年は調整+1を行い、月曜日の翌日が答えとなる。)

以上のような方法なら、その年の元日は何曜日で閏年か否かさえ分かれば、その年の曜日はすべて暗算で求められることになります。そこで、次の第B章では、西暦何年の元日は何曜日なのか。また、その年は閏年か否かを求める方法について紹介します。その前に、第A章の復習のための練習問題Aをやってみましょう。

練習問題A

(解答は下にあります)

問題1 元日が土曜日のとき、次の日は何曜日かを求めよ。ただし、閏年でないとする。

- (1) 2月19日 (2) 3月3日 (3) 4月13日
(4) 5月23日 (5) 6月7日 (6) 7月5日

問題2 元日が月曜日のとき、次の日は何曜日かを求めよ。ただし、閏年でないとする。

- (1) 8月29日 (2) 9月15日 (3) 10月4日
(4) 11月18日 (5) 12月6日 (6) 12月21日

問題3 元日が水曜日のとき、次の日は何曜日になるか。ただし、閏年とする。

- (1) 1月7日 (2) 2月11日 (3) 3月2日
(4) 4月28日 (5) 5月5日 (6) 6月16日

問題4 元日が日曜日のとき、次の日は何曜日になるか。ただし、閏年とする。

- (1) 2月26日 (2) 8月4日 (3) 9月24日
(4) 10月9日 (5) 11月26日 (6) 12月5日

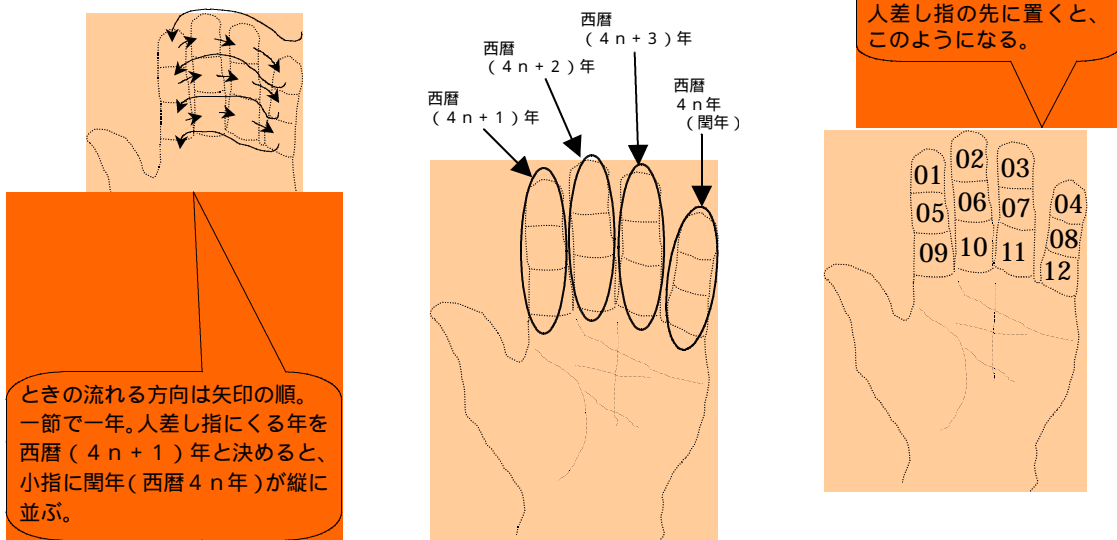
練習問題A 解答

- 問題1 (1) 土曜日 (2) 木曜日 (3) 水曜日
(4) 月曜日 (5) 火曜日 (6) 火曜日
問題2 (1) 水曜日 (2) 土曜日 (3) 木曜日
(4) 日曜日 (5) 木曜日 (6) 金曜日
問題3 (1) 火曜日 (2) 火曜日 (3) 月曜日
(4) 火曜日 (5) 火曜日 (6) 火曜日
問題4 (1) 日曜日 (2) 土曜日 (3) 月曜日
(4) 火曜日 (5) 月曜日 (6) 水曜日

『暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”』における
 第B章 与えられた西暦(20世紀と21世紀)の元日が何曜日かを求める方法(左手)
 北海道留萌高等学校 木村 尚士 【平成19年11月版】

1 左手の指の上に年をならべる

2001年は、閏年の翌年で元日が月曜日である。この2001年のように閏年の翌年(西暦 $(4n+1)$ 年)である年を、左手の人差し指の上に置きます。右手のときと同様、指の節に区切りを入れ、ときの流れる方向を人差し指から小指へと横書きに定めると、西暦が4の倍数である年が小指にそろいます。すなわち、小指にある年が閏年(ただし、現在私達が使っているグレゴリオ暦では、西暦が100の倍数で400の倍数でない場合は閏年としない)になっています。

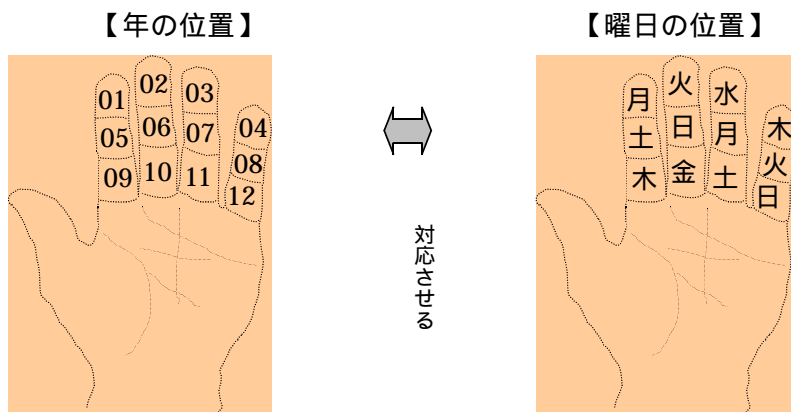


また、各年の元日の曜日を調べると次のような規則性をもっていることがわかります。

規則性1 閏年でない年の翌年の元日の曜日は、その年の元日の翌日の曜日になる。

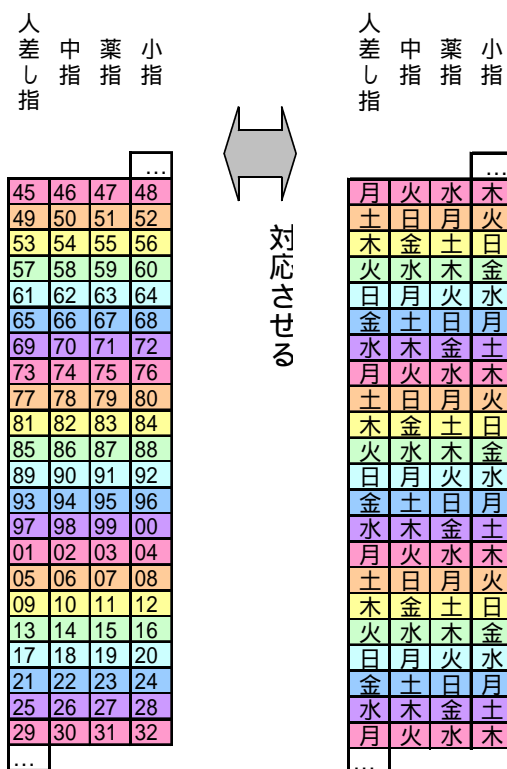
規則性2 閏年の翌年の元日の曜日は、その年の元日の翌々日の曜日になる。

以上のことから、各年の元日の曜日を求めてまとめると、下の【曜日の位置】のようになります。このように、【年の位置】と【曜日の位置】を重ね合わせて対応させることで、その年の元日が何曜日なのかを求めることができます。



2 「年の位置」と「曜日の位置」の対応において成り立つ合同式を活用する

2001年以前も同様に時の流れる方向を定めると、【年の位置】と【曜日の位置】は、下のようになります。



上の図において、西暦が一つ決まれば、それに対応する曜日が一つ決まるような写像 W を考えると、この写像 W の性質から、次のような合同式を得ることができる。

次の集合 C から D への写像を W とし、西暦 x 年の元日の曜日を $W(x)$ とする。
 $C = \{ x \mid 1901 \leq x < 2100, x \text{ は整数} \}$
 $D = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ として、
 D の要素に曜日「日、月、火、水、木、金、土」をこの順に対応させる。
 このとき、 $x + 4m \in C$ かつ $x \in C$ を満たす、任意の西暦 x 年に対して、常に次の合同式が成り立つ。

$$W(x + 4m) \equiv W(x) - 2m \pmod{7} \quad (\text{ただし } m \text{ は整数})$$

この合同式が導かれる過程については、本章末の 補節 にまとめてあるので、必要に応じて参照ください。この合同式は、元日が何曜日かわかっている任意の年の $4m$ 年後や $4m$ 年前の元日の曜日を、手軽に求めることができる便利な合同式です。整数 m に適切な値を代入して、次のような結果を覚えて活用することができます。

$$\begin{aligned}
W(x \pm 4) &= W(x) \mp 2 \\
W(x \pm 8) &= W(x) \pm 3 \\
W(x \pm 12) &= W(x) \pm 1 \\
W(x \pm 28) &= W(x) \\
W(x \pm 100) &= W(x) \mp 1 \pmod{7} \text{ (複号同順)}
\end{aligned}$$

上の合同式はそれぞれ、整数 m に次のような値を代入することで得られる。

$m = \pm 1$ のとき、 $W(x \pm 4) = W(x) \mp 2$ を得る。この式は、次のこと意味している。

どの年の4年後の曜日も、必ずその年の曜日 - 2

どの年の4年前の曜日も、必ずその年の曜日 + 2 となっている。

$m = \pm 2$ のとき、 $W(x \pm 8) = W(x) \mp 4 = W(x) \pm 3$ を得る。この式の意味は、

どの年の8年後の曜日も、必ずその年の曜日 + 3

どの年の8年前の曜日も、必ずその年の曜日 - 3 となっている。

$m = \pm 3$ のとき、 $W(x \pm 12) = W(x) \mp 6 = W(x) \pm 1$ を得る。この式の意味は、

どの年の12年後の曜日も、必ずその年の曜日 + 1

どの年の12年前の曜日も、必ずその年の曜日 - 1 となっている。

$m = \pm 7$ のとき、 $W(x \pm 28) = W(x) \mp 14 = W(x)$ を得る。この式の意味は、

どの年も、その28年後や28年前の曜日が、必ずその年の曜日と同じである。

$m = \pm 25$ のとき、 $W(x \pm 100) = W(x) \mp 50 = W(x) \pm 1$ を得る。この式の意味は、

どの年の100年後の曜日も、必ずその年の曜日 - 1

どの年の100年前の曜日も、必ずその年の曜日 + 1 となっている。

また、これらの結果に加え、次のような W の性質も活用できる。

整数 m, n に対して、

$$\begin{aligned}
W(x + 4m) &= W(x) + \\
W(x + 4n) &= W(x) + \quad \text{のとき、次の式も成り立つ。}
\end{aligned}$$

$$W(x + 4(m + n)) = W(x) + \quad +$$

$$\begin{aligned}
W(x + 4m) &= W(x) - 2m = W(x) + \\
W(x + 4n) &= W(x) - 2n = W(x) + \quad \text{のとき、} \\
W(x + 4(m + n)) &= W(x) - 2(m + n) \\
&= W(x) - 2m - 2n \\
&= W(x) + \quad +
\end{aligned}$$

たとえば、次のように活用できる。

$$W(x + 16) = W(x + 4 + 12) = W(x) - 2 + 1 = W(x) - 1 \text{ より、}$$

どの年の16年後の曜日も、その年の曜日 - 1 である。

$$W(x + 20) = W(x + 8 + 12) = W(x) + 3 + 1 = W(x) + 4 = W(x) - 3 \text{ より、}$$

どの年の20年後の曜日も、その年の曜日 - 3 である。

$W(x + 24) = W(x + 12 + 12) = W(x) + 1 + 1 = W(x) + 2$ より、
 どの年の24年後の曜日も、その年の曜日 + 2である。

また一般に、 $W(x + 12k) = W(x) + k$ (k は整数)としてまとめることもできる。

$W(x + 100) = W(x) - 1 - 1 = W(x) - 2$ より、
 その年の200年後の曜日も、その年の曜日 - 2である。

また、 $W(x + 100k) = W(x) - k$ (k は整数)とまとめることもできる。(ただし、この合同式を利用して、20世紀と21世紀以外の日付の曜日を求めるときは、第C章を参考にしてください。)

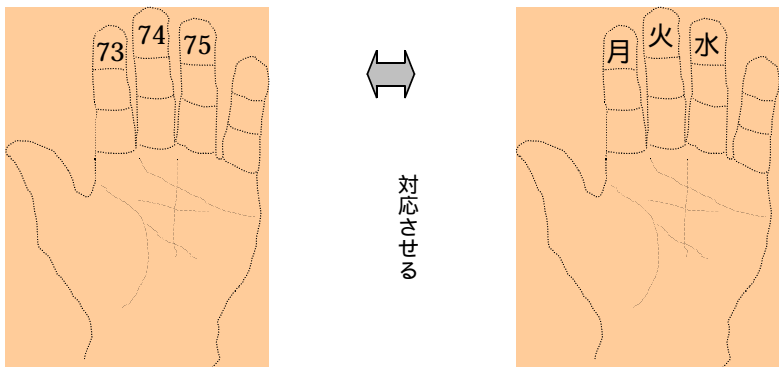
以上のように、整数 m にいろいろな値を代入して、問題解決のために必要な合同式を導き、また必要に応じて左手の指を利用すれば、遠く離れた年の元日の曜日も暗算で求めることができます。特に、 m の値が ± 7 のときの合同式から、1901年～2100年(20世紀～21世紀)においては、つねに28年を周期として同じカレンダーが繰り返されていることもわかる。そこで、28年ごとに現れる人差し指(西暦 $(4n + 1)$ 年)の月曜日の西暦を、曜日を求めるときに基点とし、それらをその年に起きた代表的な歴史的事柄とあわせて覚えましょう。

〔1901年～2100年で、人差し指に現れる月曜日の西暦(28年周期)〕	
1917年	(大正6年).....ロシア革命
1945年	(昭和20年).....終戦
1973年	(昭和48年).....オイルショック
2001年	(平成13年).....同時多発テロ
2029年	(平成41年)
2057年	(平成69年)
2085年	(平成97年)

上のような年を基点として、求めたい西暦年のある行の一番左隣り(人差し指)が何曜日かを求めれば、そこから中指・薬指・小指へと右の方に移動するときは、常にすぐ左の曜日に1日足せばよいから考えやすい。このようにして、目的の年の元日が何曜日かを求める例題を紹介しましょう。

例題 B1 1975年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例

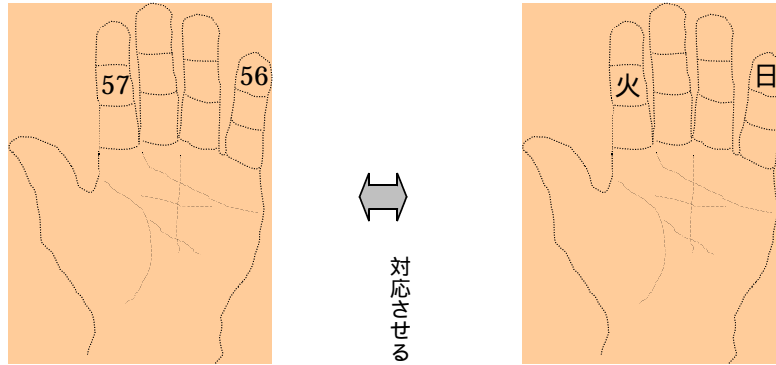


答え 1975年は、元日が水曜日で、かつ閏年でない。

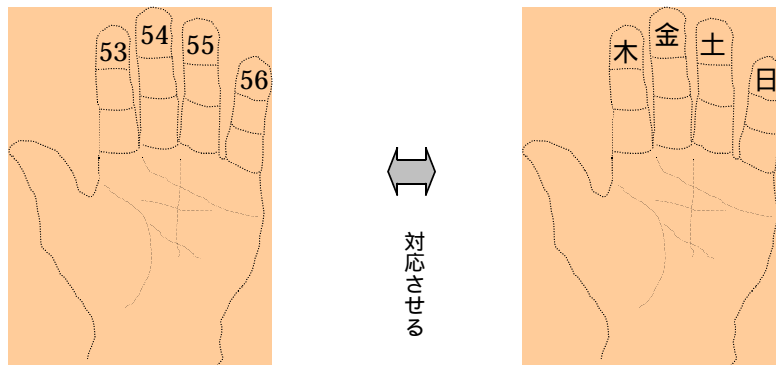
例題 B2

1956年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例1) $W(x+12) = W(x) - 6 = W(x) + 1$ より、
1945 + 12 = 1957年の元日は火曜日であるから、



解答例2) $W(x+8) = W(x) - 4 = W(x) + 3$ より、
1945 + 8 = 1953年の元日は木曜日であるから、



答え 1956年は、元日が日曜日で、かつ閏年である。

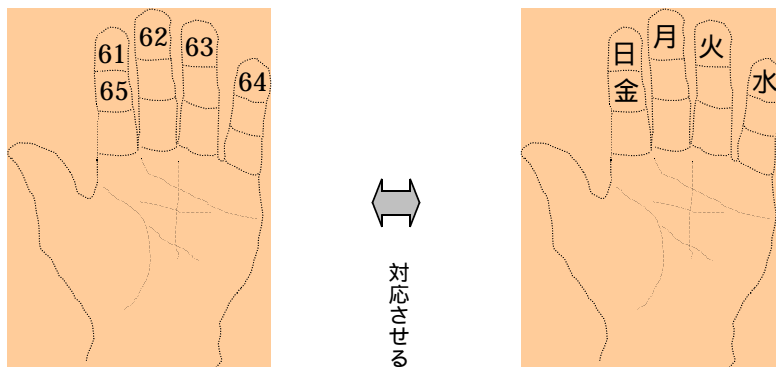
例題 B3

1965年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例1) $W(x+20) = W(x) - 10 = W(x) - 3$ より、
1945 + 20 = 1965年の元日は金曜日である。

答え 1965年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

解答例2) $W(x-12) = W(x) - 1$ より、1973 - 12 = 1961年は日曜日だから、

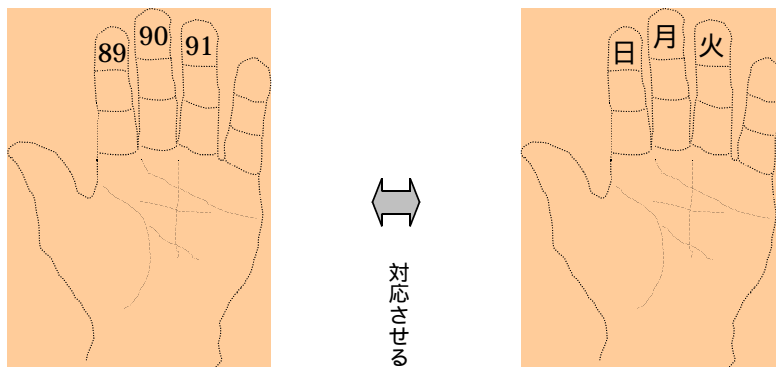


答え 1965年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

例題 B4

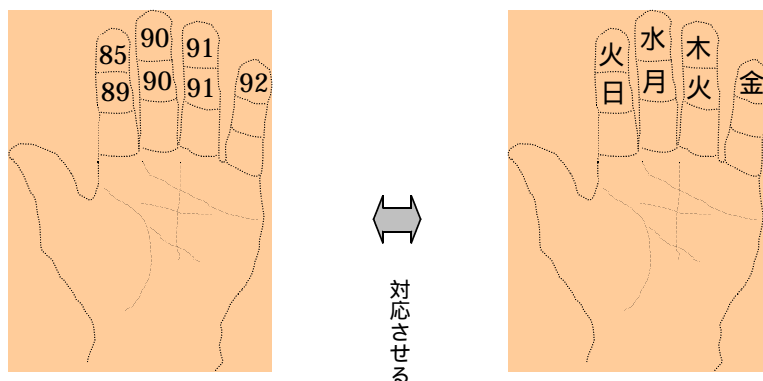
1991年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例1) $W(x - 12) = W(x) - 1$ より、 $2001 - 12 = 1989$ 年は日曜日だから、
 (または、 $W(x + 16) = W(x) - 8 = W(x) - 1$ より、
 $1973 + 16 = 1989$ 年は日曜日だから、)



答え 1991年は、元日が火曜日で、かつ閏年でない。

解答例2) $W(x + 12) = W(x) + 1$ より $1973 + 12 = 1985$ 年は火曜日だから、

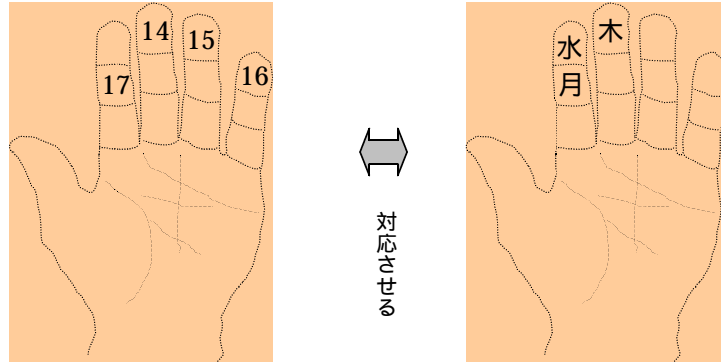


答え 1991年は、元日が火曜日で、かつ閏年でない。

例題 B5

1914年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例 $W(x - 4) = W(x) + 2$ より、 $1917 - 4 = 1913$ 年は水曜日だから、

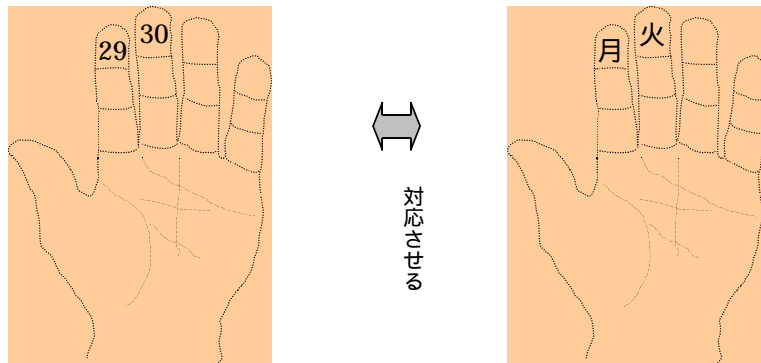


答え 1914年は、元日が木曜日で、かつ閏年でない。

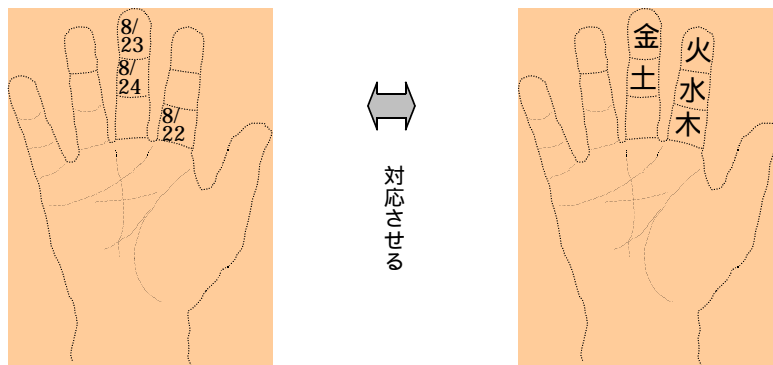
例題 B6

2030年8月24日は何曜日か。

解答例 $W(x + 28) = W(x)$ より、 $2001 + 28 = 2029$ 年は月曜日だから、



2030年の元日は火曜日で、閏年でないから、

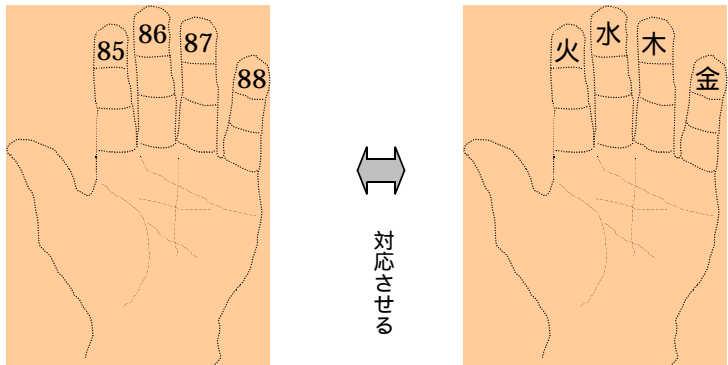


答え 2030年8月24日は、土曜日である。

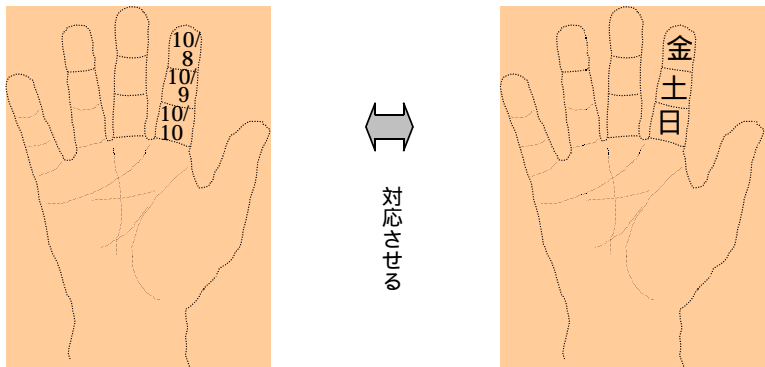
例題 B7

1988年10月10日は何曜日か。

解答例 $W(x + 12) = W(x) + 1$ より、 $1973 + 12 = 1985$ 年は火曜日だから、



1988年の元日は金曜日で、しかも閏年であるから、



10月10日は日曜日となるが、閏年の3月以降であるから、

答え 1988年10月10日は、月曜日である。

練習問題 B

(解答は次のページ)

問題1 次の日付が、何曜日になるのかを求めなさい。

- (1) 1945年8月15日(終戦の日)
- (2) 1936年2月26日(二・二六事件)
- (3) 1903年12月17日(ライト兄弟が初飛行に成功)
- (4) 1957年10月4日(最初の人工衛星スプートニク1号打ち上げ)
- (5) 1961年4月12日(ユーリ・ガガーリンが人類初の宇宙到着)
- (6) 1990年10月3日(東西ドイツが統一)
- (7) 1901年12月10日(第1回ノーベル賞授賞式)
- (8) 1946年11月3日(日本国憲法公布)
- (9) 1964年10月10日(東京オリンピック開幕)
- (10) 1911年12月14日(アムンゼンが最初に南極点に到達)

問題2 次の日付が、何曜日になるのかを求めなさい。

- (1) 1919年6月28日(ベルサイユ条約調印)
- (2) 1986年4月26日(チェルノブイリ原発事故発生)
- (3) 1951年9月8日(日米安保条約調印)
- (4) 1969年7月20日(アポロ11号人類初の月着陸)(日本時間は7月21日)
- (5) 1929年10月24日(ニューヨーク株式市場の株価大暴落)
- (6) 1904年2月8日(日露戦争始まる)
- (7) 2001年9月11日(アメリカ同時多発テロ)
- (8) 1978年8月12日(日中平和友好条約調印)
- (9) 1932年3月1日(「満州国」建国)
- (10) 1940年9月27日(日独伊三国同盟締結)

問題3 次の年で、13日が金曜日になるのは何月か。

- (1) 2009年
- (2) 2012年

問題4 次の日付の \square の中に入りうる一桁の数字を全て求めよ。

- (1) 1993年8月1 \square 日(火曜日)
- (2) 1989年 \square 月19日(水曜日)
- (3) 200 \square 年12月12日(金曜日)

練習問題B 解答

問題1 (1) 水曜日 (2) 水曜日 (3) 木曜日 (4) 金曜日 (5) 水曜日
(6) 水曜日 (7) 火曜日 (8) 日曜日 (9) 土曜日 (10) 木曜日

問題2 (1) 土曜日 (2) 土曜日 (3) 土曜日 (4) 日曜日(日本時間は月曜日)
(5) 木曜日 (6) 月曜日 (7) 火曜日 (8) 土曜日 (9) 火曜日
(10) 金曜日

問題3 (1) 2月・3月・11月 (2) 1月・4月・7月

問題4 (1) 0, 7 (2) 4, 7 (3) 3, 8

補節 合同式が導かれる過程とその活用方法についての紹介

W を C から D への写像とし、西暦 x 年の1月1日の曜日を $W(x)$ とする。

ただし、 $C = \{ x \in \mathbb{N}, 1901 \leq x \leq 2100 \}$

$D = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ とし、

この D の要素に曜日「日、月、火、水、木、金、土」をこの順に対応させる。

$W : C \longrightarrow D$ とする。

このとき、 W は、次の Regular.1 を満たす。

Regular.1 $x + 1 \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、
 (1) $x \equiv 0 \pmod{4}$ $W(x + 1) \equiv W(x) + 1 \pmod{7}$
 (2) $x \equiv 0 \pmod{4}$ $W(x + 1) \equiv W(x) + 2 \pmod{7}$

西暦 x 年が閏年でないときは、 $W(x + 1) \equiv W(x) + 365 \equiv W(x) + 1 \pmod{7}$

西暦 x 年が閏年であるときは、 $W(x + 1) \equiv W(x) + 366 \equiv W(x) + 2 \pmod{7}$

となるからである。

る。

このことから、次の Proposition.1 が得られる。

Proposition.1
 (1) $x + 4 \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、
 $W(x + 4) \equiv W(x) - 2 \pmod{7}$
 (2) $x - 4 \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、
 $W(x - 4) \equiv W(x) + 2 \pmod{7}$

Proof) (1) を示す。 $x + 4 \in C$ かつ $x \in C$ であるから、4 つの連続する整数 $x, x + 1, x + 2, x + 3$ もまた C の元である。今、この連続する4 つの整数のうち、少なくとも1 つは必ず4 の倍数で、またそれ以外の残りの3 つは必ず4 の倍数ではないから、Regular.1 (1) を3 回、Regular.1 (2) を1 回利用することで、次のように計算できる。

$$\begin{aligned} W(x + 4) &\equiv W(x + 1 + 1 + 1 + 1) \\ &\equiv W(x) + 1 + 1 + 1 + 2 \\ &\equiv W(x) + 5 \\ &\equiv W(x) - 2 \pmod{7} \end{aligned}$$

(2) を示す。(1) における x を $x - 4$ としても成り立つから、
 $x - 4 + 4 \in C$ かつ $x - 4 \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$\begin{aligned} W(x - 4 + 4) &\equiv W(x - 4) - 2 \\ W(x) &\equiv W(x - 4) - 2 \end{aligned}$$

よって、 $x - 4 \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x - 4) \equiv W(x) + 2 \pmod{7}$$

これらのことから、次の Theorem.1 が成り立つ。

Theorem.1 $x + 4m \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x + 4m) \equiv W(x) - 2m \pmod{7} \quad (m \in \mathbb{Z})$$

Proof) $m = 0$ のときは、 $x \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x) \equiv W(x) \pmod{7}$$

となるので、明らかに成り立つ。

$m = 1$ のときは、Proposition.1 (1) より成り立つ。

$m = -1$ のときは、Proposition.1 (2) より成り立つ。

そこで、次の (1) と (2) を示せば、数学的帰納法により m は整数 \mathbb{Z} で成り立つことが証明できる。

$x + 4k \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x + 4k) \equiv W(x) - 2k \pmod{7}$$

$x + 4(k + 1) \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x + 4(k + 1)) \equiv W(x) - 2(k + 1) \pmod{7}$$

$x + 4k \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x + 4k) \equiv W(x) - 2k \pmod{7}$$

$x + 4(k - 1) \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x + 4(k - 1)) \equiv W(x) - 2(k - 1) \pmod{7}$$

を示す。仮定における x を $x + 4$ としても成り立つから、

$x + 4 + 4k \in C$ かつ $x + 4 \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x + 4 + 4k) \equiv W(x + 4) - 2k$$

$$W(x + 4(k + 1)) \equiv W(x + 4) - 2k$$

ここで、 $x \in C$ のとき、Proposition.1 (1) より

$$\text{右辺} \equiv W(x) - 2 - 2k$$

$$\equiv W(x) - 2(k + 1) \pmod{7}$$

も同様に、仮定における x を $x - 4$ としても成り立つから、

$x - 4 + 4k \in C$ かつ $x - 4 \in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x - 4 + 4k) \equiv W(x - 4) - 2k$$

$$W(x + 4(k - 1)) \equiv W(x - 4) - 2k$$

ここで、 $x \in C$ のとき、Proposition.1 (2) より

$$\text{右辺} \equiv W(x) + 2 - 2k \equiv W(x) - 2(k - 1) \pmod{7}$$

Theorem.1 における m にいろいろな値を代入して、次の Remark.1 を得る。

Remark.1

(1) $W(x + 4) \equiv W(x) - 2 \pmod{7}$ (Theorem.1 における $m = 1$)

(2) $W(x + 12) \equiv W(x) + 1 \pmod{7}$ (Theorem.1 における $m = 3$)

(3) $W(x + 28) \equiv W(x) \pmod{7}$ (Theorem.1 における $m = 7$)

(4) $W(x + 100) \equiv W(x) - 1 \pmod{7}$ (Theorem.1 における $m = 25$)

- (2) $W(x + 12) = W(x) - 6 = W(x) + 1 \pmod{7}$
- (3) $W(x + 28) = W(x) - 14 = W(x) \pmod{7}$
- (4) $W(x + 100) = W(x) - 50 = W(x) - 1 \pmod{7}$

特に、Theorem.1 における

$$W(x + 4m) = W(x) - 2m \pmod{7}$$

の右辺の $- 2m$ を 0 にする最小の正の整数 m は、次の一次合同方程式により、

$$2m \equiv 0 \pmod{7}$$

$$m \equiv 0 \pmod{7}$$

すなわち $m = 7$ である。このとき、Remark.1 (3) より

$$W(x + 28) = W(x) \pmod{7}$$

となり、 W は 28 年を周期とする周期関数になっていることがわかる。

また、Theorem.1 における m を負の値にすることで、次の Remark.2 も得られる。

Remark.2

- (1) $W(x - 4) = W(x) + 2 \pmod{7}$ (Theorem.1 における $m = - 1$)
- (2) $W(x - 12) = W(x) - 1 \pmod{7}$ (Theorem.1 における $m = - 3$)
- (3) $W(x - 100) = W(x) + 1 \pmod{7}$ (Theorem.1 における $m = - 25$)

$$(2) W(x - 12) = W(x) + 6 = W(x) - 1 \pmod{7}$$

$$(4) W(x - 100) = W(x) + 50 = W(x) + 1 \pmod{7}$$

明らかなことであるが、上記 Remark.2 でも紹介したように、Theorem.1 は $m \in \mathbb{Z}$ で成り立つから、 m のかわりに $- m$ として、次のようにまとめることもできる。

Theorem.1 $x - 4m \in C$ かつ $x \in C$ を満たす任意の x に対して、
 $W(x - 4m) = W(x) + 2m \pmod{7} \quad (m \in \mathbb{Z})$

『暗算で何曜日かわかる “ カレンダーの数学 ”』における
 第C章 20世紀と21世紀以外の西暦の元日が何曜日かを求める方法（曜日加算）
 北海道留萌高等学校 木村 尚士 【平成19年11月版】

1 グレゴリオ暦の日付の曜日を求める方法について

現在我々が使用している暦であるグレゴリオ暦では、西暦が100の倍数の年は、4の倍数であるが閏年としない。ただし、西暦が400の倍数のときは、例外的に閏年とする。このため、第B章で使った合同式を用いて1900年以前や2101年以降の元日の曜日を求めるときは、その求めた結果に、更に次のあげる曜日加算表中の加算の欄の整数値を加えて答えればよい。ただし、ここで取り扱える日付は、グレゴリオ暦が最初に採用された1582年10月15日以降であり、それ以前の日付となるユリウス暦については、本章後節で別途紹介する。

【曜日加算表】

世紀	16世紀	17世紀	18世紀	19世紀	20世紀	21世紀	22世紀	23世紀	24世紀	25世紀
西暦	1501(1582~)	1701	1801	1901	2101	2201	2301	2401	2501	
加算	+3	+2	+1	±0	-1	-2	-3			

では、この曜日加算表を使うような例題をいくつか紹介する。

例題C1 1845年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例 1945年の元日は月曜日であることから、
 $W(x - 100) = W(x) + 1$ より $1945 - 100 = 1845$ 年は火曜日となる
 が、1845年は19世紀だから、曜日加算+1として、
答え 1845年は、元日が水曜日で、かつ閏年でない。

例題C2 1717年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例 1917年の元日は月曜日であることから、
 $W(x - 200) = W(x) + 2$ より $1917 - 200 = 1717$ 年は水曜日となる
 が、1717年は18世紀だから、曜日加算+2として、
答え 1717年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

例題C3 1673年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例 1973年の元日は月曜日であることから、
 $W(x - 300) = W(x) + 3$ より $1973 - 300 = 1673$ 年は木曜日となる
 が、1673年は17世紀だから、曜日加算+3として、
答え 1673年は、元日が日曜日で、かつ閏年でない。

例題 C 4

1900年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例 2001年の元日は月曜日だから、2000年の元日は土曜日であることから、
 $W(x - 100) = W(x) + 1$ より $2000 - 100 = 1900$ 年は日曜日となる
が、1900年は19世紀だから、曜日加算 + 1として、
答え 1900年は、元日が月曜日である。また、小指であるが閏年でない。

例題 C 5

2129年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例 2001年も2029年も、元日は月曜日であるから、
 $W(x + 100) = W(x) - 1$ より $2029 + 100 = 2129$ 年は日曜日となる
が、2129年は22世紀だから、曜日加算 - 1として、
答え 2129年は、元日が土曜日で、かつ閏年でない。

例題 C 6

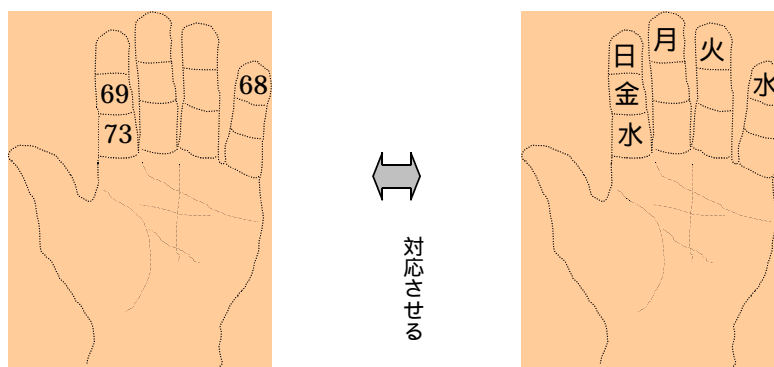
2201年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例 2001年の元日は月曜日であるから、
 $W(x + 200) = W(x) - 2$ より $2001 + 200 = 2201$ 年は土曜日となる
が、2201年は23世紀だから、曜日加算 - 2として、
答え 2201年は、元日が木曜日で、かつ閏年でない。

例題 C 7

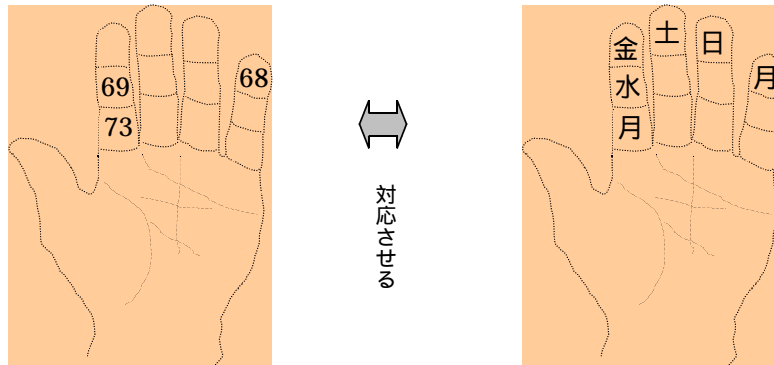
1868年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例 1) 1973年の元日は月曜日であることから、
 $W(x - 100) = W(x) + 1$ より $1973 - 100 = 1873$ 年は火曜日となる
が、1873年は19世紀だから、曜日加算 + 1として、
1873年の元日は水曜日である。このことから、



答え 1868年は、元日が水曜日で、かつ閏年である。

解答例 2) 1968年の元日は、



1968年の元日は月曜日であることから、
 $W(x - 100) = W(x) + 1$ より 1968 - 100 = 1868年は火曜日となる
 が、1868年は19世紀だから、曜日加算 + 1として、

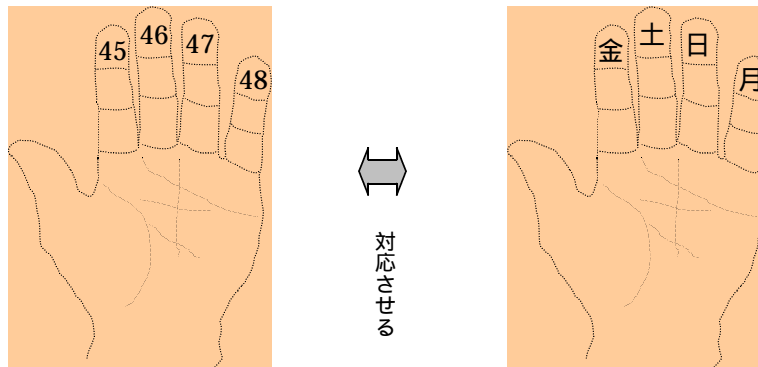
答え 1868年は、元日が水曜日で、かつ閏年である。

例題 C 8

1748年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

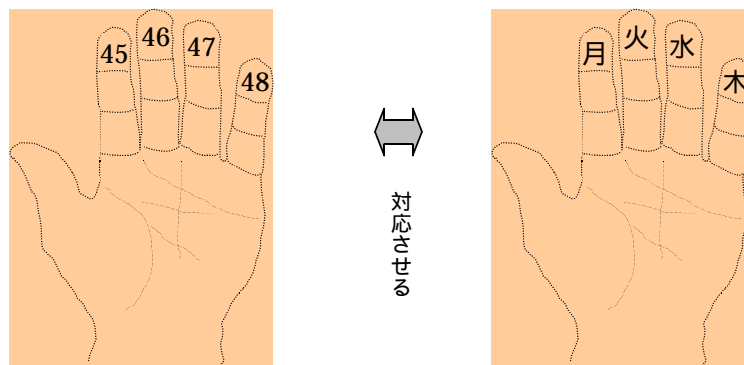
解答例 1) 1945年の元日は月曜日であることから、

$W(x - 200) = W(x) + 2$ より 1945 - 200 = 1745年は水曜日となる
 が、1745年は18世紀だから、曜日加算 + 2として、
 1745年の元日は金曜日である。このことから、



答え 1748年は、元日が月曜日で、かつ閏年である。

解答例 2) 1948年の元日は



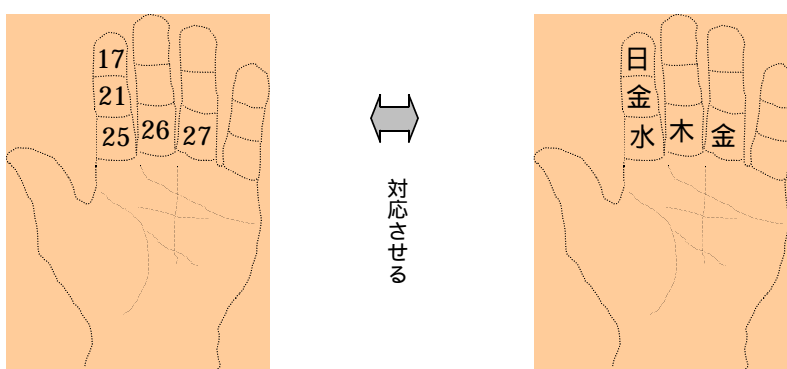
1948年の元日は木曜日であることから、
 $W(x - 200) = W(x) + 2$ より $1948 - 200 = 1748$ 年は土曜日となるが、1748年は18世紀だから、曜日加算+2として、

答え 1748年は、元日が月曜日で、かつ閏年である。

例題 C9

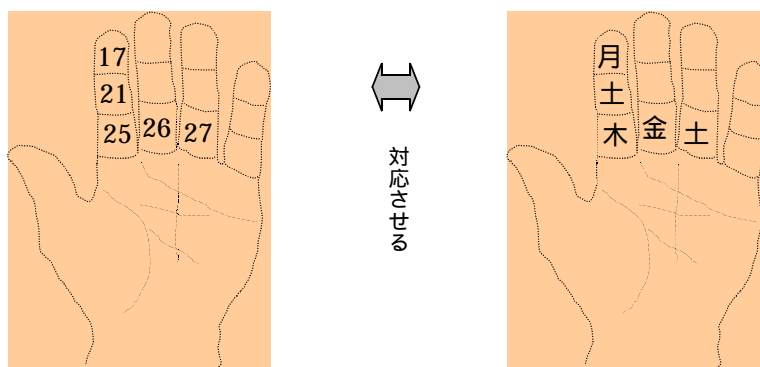
1627年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例1) 1917年の元日は月曜日であることから、
 $W(x - 300) = W(x) + 3$ より $1917 - 300 = 1617$ 年は木曜日となるが、1617年は17世紀だから、曜日加算+3として、
 1617年の元日は日曜日である。このことから、



答え 1627年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

解答例2) 1927年の元日は、



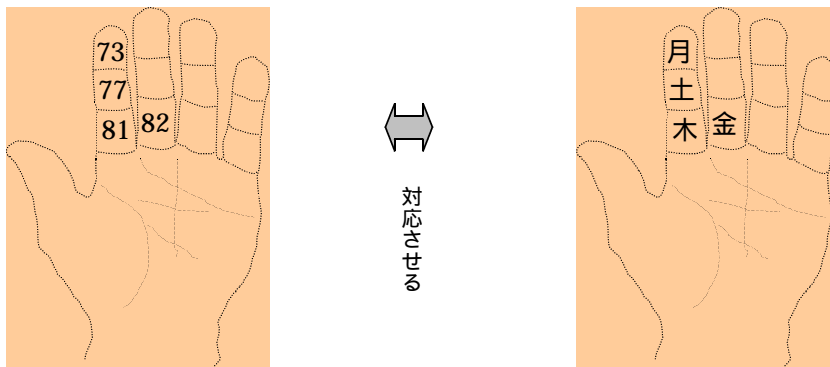
1927年の元日は土曜日であることから、
 $W(x - 300) = W(x) + 3$ より $1927 - 300 = 1627$ 年は火曜日となるが、1627年は17世紀だから、曜日加算+3として、

答え 1627年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

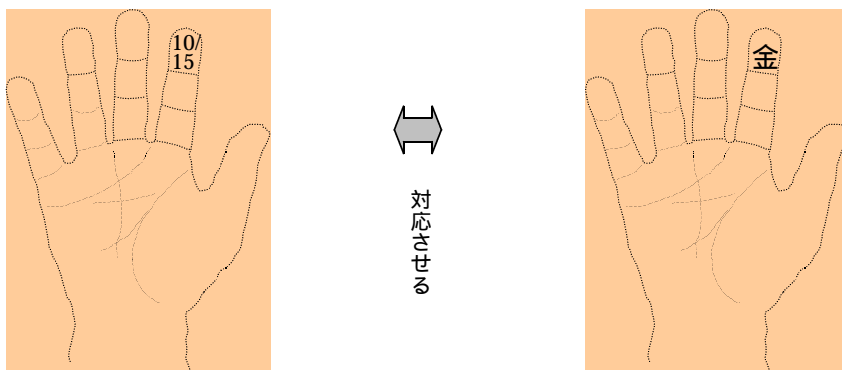
2 ユリウス暦の日付の曜日を求める方法について
 イタリア・スペイン・ポルトガルで、グレゴリオ暦が採用された1582年10月15日は金曜日で、その前日のユリウス暦1582年10月4日は木曜日となる。(早まって

しまった春分の日を元に戻すため、改暦の際、途中日付が飛んでいる。(詳細は第D章を参照。)このことを基にすると、ユリウス暦1201年の元日が、西暦(4n+1)年で表せる人差し指の月曜日となる。これらのことを、順を追って確かめてみましょう。

まず、グレゴリオ暦1582年10月15日は何曜日か求めてみましょう。1973年の元日は月曜日であることから、 $W(x - 400) = W(x) + 4 = W(x) - 3$ より、 $1973 - 400 = 1573$ 年は金曜日となるが、1573年は16世紀だから、曜日加算+3より、1573年の元日は月曜日である。実際には、グレゴリオ暦は1582年10月15日以降しか存在しないが、ここでは計算上それ以前も仮にグレゴリオ暦が存在しているとして1573年の元日が月曜日であることを付け加えておきます。これらのことから



1582年の元日は金曜日である。また、閏年でないから、

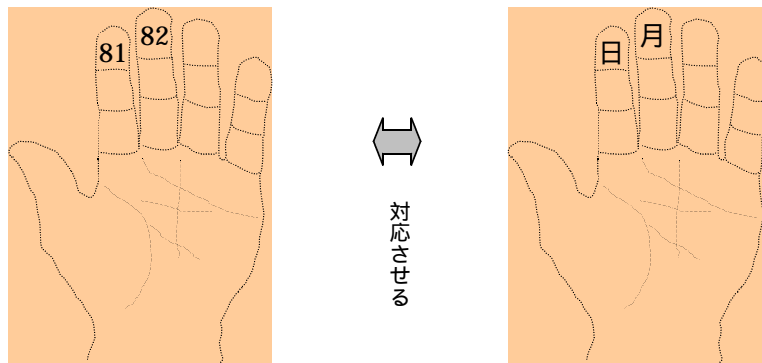


グレゴリオ暦1582年10月15日は金曜日である。

改暦するとき、ユリウス暦1582年10月4日の翌日をグレゴリオ暦1582年10月15日としているので、ユリウス暦1582年10月4日は木曜日である。まとめると、この改暦の前後一週間の日付と曜日は次の表ようになる。

日付	曜日
ユリウス暦1582年10月1日	月曜日
ユリウス暦1582年10月2日	火曜日
ユリウス暦1582年10月3日	水曜日
ユリウス暦1582年10月4日	木曜日
グレゴリオ暦1582年10月15日	金曜日
グレゴリオ暦1582年10月16日	土曜日
グレゴリオ暦1582年10月17日	日曜日

この表から、ユリウス暦1582年10月1日は月曜日である。また、1582年は閏年（西暦4n年で表せる年）でないから、同じ年の10月1日と1月1日の曜日は同じなので、ユリウス暦1582年の元日も月曜日である。1582年は、西暦(4n+2)年で表せる年であるから、中指の月曜日であるので、



上の対応から、ユリウス暦1581年の元日は日曜日である。

ここで、 $W(x - 80) = W(x) + 40$ 、 $W(x) + 5 = W(x) - 2$ であるから、

1581 - 80 = 1501年より、ユリウス暦1501年の元日は金曜日である。

また、 $W(x - 300) = W(x) + 3$ より、ユリウス暦1201年の元日は月曜日である。

ユリウス暦には、グレゴリオ暦で行われているような100年に一度の閏年の省略はありませんので、前節で紹介したような曜日加算表も必要ありません。そのため、ユリウス暦1201年の元日が月曜日であることを、ユリウス暦の日付の曜日を求めるときの基点として覚えておけば、1901年~2100年(20世紀~21世紀)の日付の曜日を第B章で求めたときと同様に、合同式や左手を使うだけで、ユリウス暦の全ての日付の曜日も求めることができるということになります。ユリウス暦1201年の元日が月曜日であることに、

$W(x + 100) = W(x) - 1$ を用いれば、ユリウス暦における西暦下二桁が01年の年の元日の曜日は、次の表のようになることもわかるので、これらを、ユリウス暦の日付の曜日を求めるときの基点として活用することもできる。

日付	曜日
ユリウス暦1201年1月1日	月曜日
ユリウス暦1301年1月1日	日曜日
ユリウス暦1401年1月1日	土曜日
ユリウス暦1501年1月1日	金曜日
ユリウス暦1601年1月1日	木曜日
ユリウス暦1701年1月1日	水曜日
ユリウス暦1801年1月1日	火曜日
ユリウス暦1901年1月1日	月曜日

グレゴリオ暦に改暦された時期や、改暦以前までに使用されていた暦などについては、国や宗教によってさまざまであるため、曜日を求める際は、どの時期にどのような暦を使用した日付なのか、また改暦等の際に日付が飛ぶようなことになっていないか、などについて注意が必要である。ちなみに日本では、1872年(明治5年)12月2日の翌日を1873年(明治6年)元日(水)にし、太陽暦に改暦している。

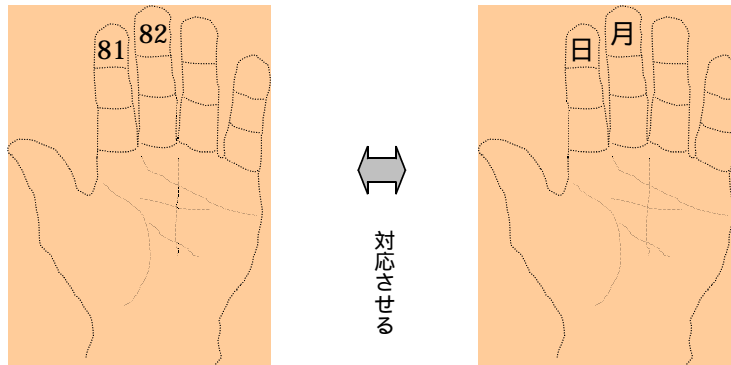
例題 C 10

ユリウス暦 1582 年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例) ユリウス暦 1501 年の元日は金曜日であることから、

$$W(x+80) = W(x) - 40 = W(x) - 5 = W(x) + 2 \text{ より}$$

1501 + 80 = 1581 年は日曜日であるので、



答え ユリウス暦 1582 年は、元日が月曜日で、かつ閏年でない。

練習問題 C

(解答は次のページ)

問題 1 次の日付が、何曜日になるのかを求めなさい。

- (1) 1895 年 11 月 8 日 (レントゲンが X 線を発見)
- (2) 1889 年 2 月 11 日 (大日本帝国憲法発布)
- (3) 1879 年 3 月 27 日 (沖縄県設置 (琉球処分))
- (4) 1875 年 5 月 7 日 (日露が樺太・千島交換条約調印)
- (5) 1873 年 7 月 28 日 (地租改正)
- (6) 1871 年 1 月 18 日 (ドイツの統一)
- (7) 1861 年 3 月 4 日 (リンカンがアメリカ大統領に就任)
- (8) 1869 年 11 月 17 日 (スエズ運河開通)
- (9) 1858 年 7 月 29 日 (日米修好通商条約締結)
- (10) 1854 年 12 月 23 日 (安政東海地震)
- 1854 年 12 月 24 日 (安政南海地震)

問題 2 次の日付が、何曜日になるのかを求めなさい。ただし、グレゴリオ暦への改暦は西暦 1582 年 10 月 15 日とし、それ以前はユリウス暦とする。

- (1) 1855 年 11 月 11 日 (安政江戸地震)
- (2) 1823 年 12 月 2 日 (モンロー宣言)
- (3) 1789 年 4 月 30 日 (ワシントンが初代アメリカ大統領に就任)
- (4) 1776 年 7 月 4 日 (アメリカ独立宣言)
- (5) 1768 年 8 月 26 日 (ジェームズ・クック第 1 回航海)

- (6) 1 7 1 3 年 4 月 1 1 日 (ユトレヒト条約調印)
- (7) 1 6 0 0 年 9 月 1 5 日 (関ヶ原の戦)
- (8) 1 5 8 8 年 8 月 8 日 (スペイン無敵艦隊敗れる)
- (9) 1 5 8 2 年 6 月 2 日未明 (本能寺の変)
- (1 0) 1 4 9 2 年 1 0 月 1 2 日未明 (コロンブスが新大陸に到達)

練習問題 C 解答

- 問題 1 (1) その年の元日は火曜日だから、金曜日
- (2) その年の元日は火曜日だから、月曜日
 - (3) その年の元日は水曜日だから、木曜日
 - (4) その年の元日は金曜日だから、金曜日
 - (5) その年の元日は水曜日だから、月曜日
 - (6) その年の元日は日曜日だから、水曜日
 - (7) その年の元日は火曜日だから、月曜日
 - (8) その年の元日は金曜日だから、水曜日
 - (9) その年の元日は金曜日だから、木曜日
 - (1 0) その年の元日は日曜日だから、土曜日と日曜日

- 問題 2 (1) その年の元日は月曜日だから、日曜日
- (2) その年の元日は水曜日だから、火曜日
 - (3) その年の元日は木曜日だから、木曜日
 - (4) その年の元日は月曜日でかつ閏年だから、木曜日
 - (5) その年の元日は金曜日でかつ閏年だから、金曜日
 - (6) その年の元日は日曜日だから、火曜日
 - (7) その年の元日は土曜日でかつ閏年だから、金曜日
 - (8) その年の元日は金曜日でかつ閏年だから、月曜日
 - (9) ユリウス暦 1201 年の元日が月曜日であることから、
ユリウス暦 1501 年の元日は金曜日、ここで
 $W(x + 80) = W(x) - 40 = W(x) + 2 \pmod{7}$ より
1581 年の元日は日曜日だから、その 1 年後の
1582 年は、元日が月曜日である。
よって、6 月 2 日は土曜日
 - (1 0) ユリウス暦 1201 年の元日が月曜日であることから、
ユリウス暦 1401 年の元日は土曜日、ここで
 $W(x + 88) = W(x) - 44 = W(x) - 2 \pmod{7}$ より
1489 年の元日は木曜日だから、その 3 年後の
1492 年は、元日が日曜日でかつ閏年である。
よって、1 0 月 1 2 日は金曜日

『暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”』における
 第D章 グレゴリオ暦導入の経緯について（補足資料）
 北海道留萌高等学校 木村 尚士 【平成19年11月版】

1 グレゴリオ暦導入の経緯について

1582（天正10）年10月15日に、ローマ教皇グレゴリオ13世が、それまでのユリウス暦に代わってグレゴリオ暦を制定。ユリウス暦（紀元前46年にユリウス・カエサルが制定）では、閏年を単純に4年に1度（1年を365.25日）としていたために、実際の1年である公転周期（365.24219...日）にくらべて11分14秒ほど長くなり、128年に約1日の誤差が出た。このため、16世紀の春分の日が3月11日まで早まってしまっていたことが、ローマの天文学者・数学者・僧侶たちの研究で判明。グレゴリオ暦の導入により、1年が365.2425日となり、約3333年に1日の誤差におさえられた。また、早まってしまった春分の日を元に戻すため、日付を10日間先に進め、1582年10月4日の翌日を10月15日とした。

この改暦はカトリック諸国ではすぐに採用されたが、プロテスタント諸国ではなかなか受け入れられず、ドイツなどでは1700年、イギリスと当時植民地だったアメリカでは1751年にやっと採用された。ロシアなどギリシャ正教の諸国は19世紀まで採用せず、ユリウス暦は「露暦」ともよばれた。日本では1872（明治5）年12月3日（新暦1873年1月1日）に東洋の独立国ではじめて採用・実施。

2 おもな国のグレゴリオ暦採用年等についての一覧表

1582年2月24日	教皇グレゴリオ13世、改暦の勅書に署名。
1582年3月1日	勅書がサン・ピエトロ大聖堂の扉などのローマ市内の主要な場所に掲示され、すべてのカトリック国に送付された。
1582年10月15日	イタリア・スペイン・ポルトガルが勅書通り実施。 1582年10月4日（木）の翌日を1582年10月15日（金）とした。
1582年12月	フランスが実施。
1582年末	ベルギー・ネーデルランドのカトリック諸邦が実施。
1582年12月21日	フランドル地方・ベルギーの一部が実施。 1582年12月21日（金）の翌日を1583年1月1日（土）とした。
1583年	ドイツのローマ・カトリック教会（10月にババリアとオーストリア）、11月にはヴュルツブルグ・ミュンスター・マインツ（削った10日間の設定はそれぞれ異なる）
同1583年	オランダが実施。
1584年	1584年1月12日から1月22日の間で、スイスのカトリック緒州が実施。ドイツのカトリック系緒邦・ベルギーの残りの地域も年末までに実施。
1587年	ハンガリーが実施。
1699年	ドイツの新教徒が「改良暦（ほぼグレゴリオ暦であるが、復活祭の算定方法が異なる。）」を採用。デンマーク・スイスでもバーゼル・ベルン・チューリッヒその他の地域では、1701年1月12日に「改良暦」に従う。
1752年	イギリスとその植民地が実施。 1752年9月2日（水）の翌日を1752年9月14日（木）とした。
1753年	ドイツの「改良暦」を採用していたスウェーデンがグレゴリオ暦を実施。フィンランドも採用。

1776年	ドイツが完全に採用。
1812年	スイスが完全に採用。
1872年	日本が採用。1872年（明治5年）12月2日の翌日を1873年（明治6年）元日（水）にして、太陽暦に改暦。ただこのときはユリウス暦の置閏法であったので、その後1898年（明治31年）に現在のグレゴリオ暦の置閏法に改暦されているが、この間日付が飛ぶようなことにはなっていない。
1894年	朝鮮が採用。
1912年	中国（中華民国）が採用。
1916年	ブルガリアが採用。
1918年	ロシア（ソ連）が採用。 1918年1月31日（水）の次を1918年2月14日（木）とした。 ロシア革命の二月革命、十月革命というのもユリウス暦であり、グレゴリオ暦では三月革命、十一月革命となる。
1919年	ユーゴスラビア・ルーマニアが採用。
1922年	ソ連がグレゴリオ暦から離脱。独自の暦法を制定。
1924年	ギリシャが採用。
1927年	トルコが採用。
1940年	ソ連でグレゴリオ暦復活。
1967年	ブルガリア（教会）が採用。