

道数協高校サークル総会・例会

1999年1月15/16日

札幌市あけぼの旅館

紙の裁断・指数関数

渡邊勝(元札幌琴似工業高校)

さーてお立ち会い。手前、これに取り出したるはご存知正宗の名刀。えい！

抜けば夏なお寒き氷の刃。津爛沾沌玉と散る。刃こぼれない。錆ひとつない。鈍刀鈍物とはわけが違う。実によく切れる。ただいまから半紙を切ってご覧にいろいろ。

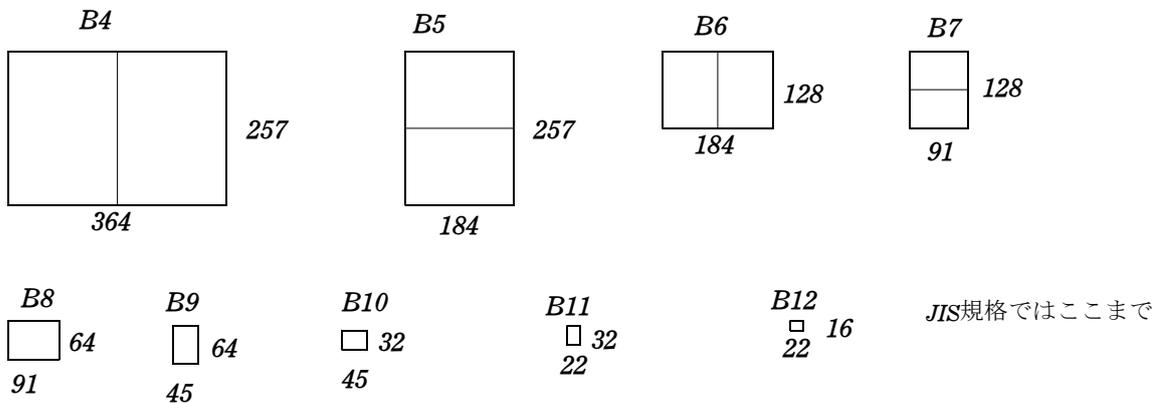
一枚が二枚、二枚が四枚、四枚が八枚、八枚が十六枚、十六枚が三十二枚、三十二枚が六十四枚、六十四枚が一束と二十八枚！上へ吹き上げれば、由良の暮雪か嵐山は落花の舞！

(大久保尚「新版 大道芸口上集」評伝社 1994年 pp.35 ~ 38)

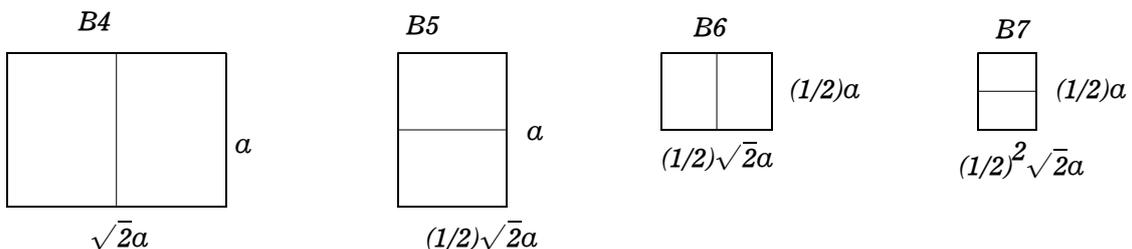
問1: 一枚のB4版紙を半分に切り分け、その半部分を更に半分に切り分けて、10回同じことをすると、この紙はどのくらいのサイズになりますか？

なお、B4版紙は、短辺257mm、長辺364mmです。切り方は、それぞれ長い辺を半分にします。

(解)



B4→B6 のように、2ステップ裁断作業をして、長短辺ともに $1/2$ になります。2ステップの裁断作業をまとめて1ステージ (stage) とよびましょう。



10回切るので、5ステージ作業をすることになります。短辺を a とすると、長辺は $\sqrt{2}a$ なので

$$\text{その結果は、(短辺、長辺) } mm = \left(\left(\frac{1}{2} \right)^5 a, \left(\frac{1}{2} \right)^5 \sqrt{2} a \right)$$

$a = 257mm$ を入れて、みると、

$$\text{(短辺、長辺) } mm = (8, 11) mm$$

(JIS 規格にはありませんが、「B14」とよべるかもしれません)

問2: 前問のように、1枚のB4版紙を半分に切り分け、その半分を更に半分に切り分けて、100回同じことをすると、この紙はどのくらいのサイズになりますか？

(解)

50ステージの裁断をするので、

$$\text{(短辺, 長辺) } mm = \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{50} a, \left(\frac{1}{2} \right)^{50} \sqrt{2} a \right) = (2^{-50} a, 2^{-50} \sqrt{2} a)$$

$$\log_{10} 2^{-50} = -50 \log_{10} 2 = -50 \times 0.301029995$$

$$= -15.0514998$$

$$= -15 + 0.9485002$$

$$2^{-50} = 8.81784 \times 10^{-15}$$

$$\text{(短辺, 長辺) } mm = (2^{-50} \times 257, 2^{-50} \times 364) mm$$

$$= (8.81784 \times 10^{-15} \times 257, 8.81784 \times 10^{-15} \times 364) mm$$

$$= (2282.6184 \times 10^{-15}, 3209.564 \times 10^{-15}) mm$$

$$= (2.2826184 \times 10^{-12}, 3.209564 \times 10^{-12}) mm$$

$$= (2.2826184 \times 10^{-15}, 3.209564 \times 10^{-15}) m$$

10^{-3}	$m=1$	mm	ミジンコ
10^{-4}	$m=100$	μm	ゾウリムシ
10^{-5}	$m=10$	μm	ミドリムシ
10^{-6}	$m=1$	μm	大腸菌
10^{-7}	$m=100$	nm	バクテリオファージ
10^{-8}	$m=10$	nm	プラスミド
10^{-9}	$m=1$	nm	蔗糖(砂糖)分子の直径
10^{-10}	$m=100$	pm	H, C, N, O の直径
10^{-11}	$m=10$	pm	γ 線の波長これ以下、X線はこれ以上
10^{-12}	$m=1$	pm	大きめの原子の一番内側のシェル
10^{-13}	$m=100$	fm	(陽子、中性子の直径(A.アシモフ「宇宙の測り方」))
10^{-14}	$m=10$	fm	
10^{-15}	$m=1$	fm	陽子、中性子の直径(広瀬立成「超ひも理論と影の世界」)
10^{-16}	$m=0.1$	fm	
.....			
0			電子・ニュートリノ

問3: 一枚の新聞紙を百回、二つに切り分けて積み重ねるとどのくらいの高さになるでしょうか。ただし、新聞紙の厚さは、□mmです。

(解): 先ず、何枚できるかは、 $2^{100} = ?$

(1)→ 2, (11)→ 2048, (21)→ 2097152, (31)→ 2147483648, (41)→ 2199023255552
(2)→ 4, (12)→ 4096, (22)→ 4194304, (32)→ 4264967296, (42)→ 4398046511104
(3)→ 8, (13)→ 8192, (23)→ 8388608, (33)→ 8589934592, (43)→ 8796093022208、
(4)→ 16, (14)→ 16384, (24)→ 16777216, (34)→ 17179869184, (44)→ 17592186044416
(5)→ 32, (15)→ 32768, (25)→ 33554432, (35)→ 34359738368, (45)→ 35184372088832
(6)→ 64, (16)→ 65536, (26)→ 67108864, (36)→ 68719476736, (46)→ 70368744177664
(7)→ 128, (17)→ 131072, (27)→ 134217728, (37)→ 137438953472 (47)→ 140737488355328
(8)→ 256, (18)→ 262144, (28)→ 268435456, (38)→ 274877906944 (48)→ 281474976710656
(9)→ 512, (19)→ 524288, (29)→ 536870912, (39)→ 549755813888 (49)→ 562949953421312
(10)→ 1024, (20)→ 1048576, (30)→ 1073741824, (40)→ 1099511627776 (50)→ 1125899906842624

1125 8999 0684 2624 「1125兆8999億684万2624」