

'01 慶応義塾大学

解説

$$\log_3 L - \log_3 G = 2 + 3\log_3 2 \text{ から } \log_3 \frac{L}{G} = \log_3(3^2 \times 2^3)$$

$$\text{よって } \frac{L}{G} = 3^2 \times 2^3 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{また, } \log_2 L + \log_2 G = 7 + 4\log_2 3 \text{ から } \log_2 LG = \log_2(2^7 \times 3^4)$$

$$\text{よって } LG = 2^7 \times 3^4 \dots\dots \textcircled{2}$$

①×②から

$$L^2 = 2^{10} \times 3^6 \quad \text{ゆえに } L = 2^5 \times 3^3$$

$$\text{これを } \textcircled{2} \text{ に代入すると } 2^5 \times 3^3 \times G = 2^7 \times 3^4$$

$$\text{ゆえに } G = 2^2 \times 3$$

$$\text{ここで, } m = m'G, n = n'G \text{ (} m', n' \text{ は互いに素) とおくと } L = m'n'G$$

$$\text{ゆえに, } 2^5 \times 3^3 = m'n' \times 2^2 \times 3 \text{ から } m'n' = 2^3 \times 3^2$$

$$G < m < n < L \text{ から } m' = 2^3, n' = 3^2$$

$$\text{したがって } m = 2^5 \times 3 = 96, n = 2^2 \times 3^3 = 108$$

講評

整数問題の基本的な問題。ただし、やった事が無ければ解答への流れは見えにくい問題。整数問題全般に言えることだが、基本的な部分は一度手を付けたことが無いと、難しいだろう。出題される場合は演習が必要。