

'02 北海道大学

n を 3 以上の自然数とするとき、次を示せ。ただし、 $\cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n}$ とし、 i を虚数単位とする。

(1) $\alpha^k + \bar{\alpha}^k = 2 \cos \frac{2\pi k}{n}$ ただし、 k は自然数とし、 $\bar{\alpha}$ は α に共役な複素数とする。

(2) $n = (1 - \alpha)(1 - \alpha^2) \cdots (1 - \alpha^{n-1})$

(3) $\frac{n}{2^{n-1}} = \sin \frac{\pi}{n} \sin \frac{2\pi}{n} \cdots \sin \frac{n-1}{n} \pi$