

'03 名古屋大学

解説

(1) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 の中で, 15 と互いに素になるもの, つまり 3, 5 を約数に持たないものの個数は 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14 の 8 個であるので,
 $f(15) = 8$

(2) 1 ~ pq の中で

p の倍数の個数は $\frac{pq}{p} = q$ 個であり,

q の倍数の個数は $\frac{pq}{q} = p$ 個, そして

pq の倍数の個数は 1 個になる.

よって, p または q の倍数の個数は $p + q - 1$ 個になる.

p, q と互いに素な数の個数は全体から p または q の倍数の個数を引けばよいので,
 $f(pq) = pq - (p + q - 1) = (p - 1)(q - 1)$

講評

整数問題の基礎的な問題. 整数問題は何とんでも文章がきちんと読めるかにかかっており, 本問も文章の意味がきちんと取れば, 集合の要素の個数の問題だと分かるはずである. 整数問題が出題されるころでは, このような基本的な問題を利用して, 演習をしておく必要がある. 整数問題の練習に良い問題である.