

'04 芝浦工業大学

図1左のように、 x , y , z 軸をそれぞれ横、高さ、奥行き方向にとったとき、 xy 平面による断面が高さ4の放物線 $y=x^2$ ($-2 \leq x \leq 2$) で z 軸方向には一様な、上が開いた容器がある。この容器に適当な高さまで水を入れておき、 z 軸を回転軸として回転させる(傾ける)と、ある角度で水がこぼれはじめる(図1右)。

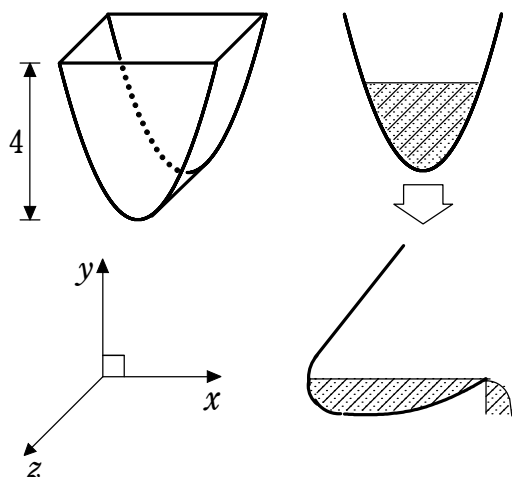


図1 容器概略図

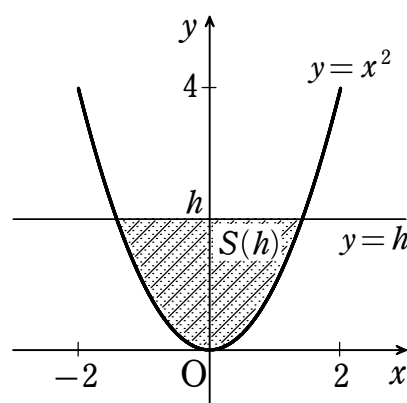


図2 断面積 $S(h)$

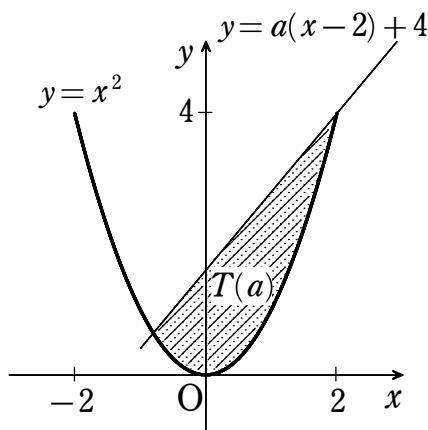


図3 断面積 $T(a)$

- (1) 水平に置いた容器に高さ h ($0 < h < 4$) まで水が入っているとして、 xy 平面による水の断面積 $S(h)$ を h で表せ(図2)。
- (2) 水がこぼれはじめたとき、容器に対する水面の傾きを a ($0 < a < 4$) として、断面積 $T(a)$ を a で表せ(図3)。
- (3) 容器を 45° 傾けたときに水がこぼれはじめたとして、もとの水の高さ h を求めよ。
- (4) 逆に、もとの水の高さが $h=2$ であったとして、いくら傾ければ水がこぼれはじめるか、そのときの a の値を求めよ。