

'01 山口大学

解説

X 線光子と電子の衝突は弾性衝突と考えて、衝突前・後で両者のエネルギーの和と運動量の和は保存される。運動量は、直角2方向について、それぞれ成分を用いて保存則の式をつくる。

(ア) コンプトン効果 (イ) 波動

$$(ウ) \quad \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2 \quad (エ) \quad \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + mv\cos\phi$$

$$(オ) \quad 0 = \frac{h}{\lambda'}\sin\theta - mv\sin\phi$$

(カ) (エ)より

$$\begin{aligned} (mv)^2\cos^2\phi &= \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'}\cos\theta\right)^2 \\ &= h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2}\cos^2\theta - \frac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta\right) \end{aligned}$$

$$(オ)より \quad (mv)^2\sin^2\phi = \frac{h^2}{\lambda'^2}\sin^2\theta$$

両式より

$$(mv)^2(\sin^2\phi + \cos^2\phi) = h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2}\sin^2\theta + \frac{1}{\lambda'^2}\cos^2\theta - \frac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta\right)$$

$$(mv)^2 = h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta\right)$$

(キ) (ウ)の式に代入して v^2 を消去すると

$$\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} = \frac{h}{2m}\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta\right)$$

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'} = \frac{h}{2mc}\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta\right)$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{2mc}\left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 2\cos\theta\right)$$

(ク) θ が大きくなると $\cos\theta$ は小さくなるから、 $\Delta\lambda$ は大きくなり、波長は長くなる。よって、大きい。

講評

コンプトン効果に関する基礎的な問題。コンプトン効果は基本的には物体の衝突問題と同じである。問題を解くときに、使う公式が光の式になっているだけ。基本的には力学の問題である。解き方の流れをつかめば簡単なので、是非この問題できちんとつかんでおきたい。