'02　立命館大学

解説

(1)　加速度 α で運動する観測者には質量 m の物体に，加速度と逆向きに大きさ $m\alpha$ の慣性力がはたらくように見える。

(2) くさびとともに運動する観測者から見た物体Aにはたらく力は図1のようになる。したがって，斜面方向に対する運動方程式は斜面下向きを正として

$$\boldsymbol{m\beta = mg\sin\theta + m\alpha\cos\theta}$$

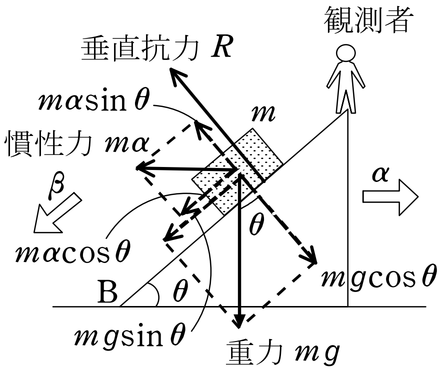

図1

(3)　(2)と同じ観測者が見ると，物体Aは斜面から離れずすべるので，斜面に垂直な方向では力がつりあっていて加速度0である。したがって，求める運動方程式(すなわちつりあいの式)は

$$m\times 0 = R + m\alpha\sin\theta - mg\cos\theta$$

よって

$$\boldsymbol{0 = R + m\alpha\sin\theta - mg\cos\theta}$$

(4)　地上で静止している観測者から見たくさびにはたらく力は図2のようになる。したがって，水平方向の運動方程式は右向きを正として

$$M\alpha = R\sin\theta$$

よって　$R = \boldsymbol{\dfrac{M\alpha}{\sin\theta}}$

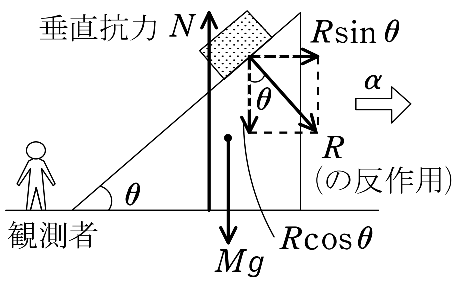

図2

(5)　(4)の答えを(3)の答えに代入すると

$$0 = \frac{M\alpha}{\sin\theta} + m\alpha\sin\theta - mg\cos\theta$$

よって　$\alpha = \boldsymbol{\dfrac{mg\sin\theta\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}}$

(6)　(5)の答えを(2)の答えに代入すると

$$m\beta = mg\sin\theta + m\frac{mg\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}\cos\theta$$

よって　$\beta = \dfrac{Mg\sin\theta + mg\sin\theta(\sin^2\theta + \cos^2\theta)}{M + m\sin^2\theta}$

$$= \boldsymbol{\frac{(M+m)g\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}}$$

'02　立命館大学

(7)　物体 A が最下点 B に達するまでの時間を t とすると，くさびとともに運動する観測者から見て，物体 A は初速度 0，加速度 β で等加速度運動して距離 l だけ移動するので，$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$　の式より

$$l=0\times t+\frac{1}{2}\beta t^2$$

よって　$t^2=\dfrac{2l}{\beta}$

くさびは初速度 0，加速度 α で時間 t の間加速されるので，求める距離は

$$\begin{aligned}x&=0\times t+\frac{1}{2}\alpha t^2\\&=\frac{1}{2}\alpha\cdot\frac{2l}{\beta}\\&=\frac{1}{2}\times\frac{mg\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}\times\frac{2l(M+m\sin^2\theta)}{(M+m)g\sin\theta}\\&=\boldsymbol{\frac{ml\cos\theta}{M+m}}\end{aligned}$$

別解

図 3 のように仮にくさびの重心が T の真下にあるとする (現実にはこの形状からはありえないが)。はじめ物体 A が T 点にあるとき，両者の共通重心点は T の真下にある。物体 A が斜面をすべり落ちた直後，物体 A とくさびの重心間は $l\cos\theta$ だけ離れている。このときの両者の共通重心点は，運動前と変わらないはずだから，求める距離 x は $l\cos\theta$ の距離を質量の逆比 $M:m$ に内分したうちの m の分になる。

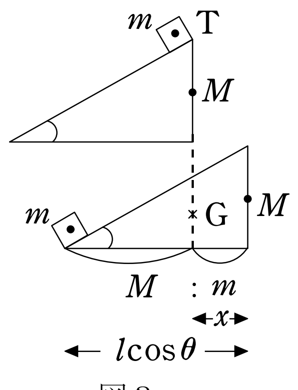

図３

よって

$$x=l\cos\theta\times\frac{m}{M+m}=\frac{ml\cos\theta}{M+m}$$

講評

慣性力の問題．慣性力の問題としては基本的．慣性力の問題は別解のような考え方も有効．きちんと解けるようにしておきたい問題．