

'02 静岡大学

文章を読んで、 に適当な式または数値を入れよ。ただし、数値は有効数字 2 桁まで求め必要があれば、光の速さ $c=3.00 \times 10^8$ m/s、プランク定数 $h=6.63 \times 10^{-34}$ J·s を用いよ。

野球などで使われている球速測定器(スピードガン)の測定原理について考えてみよう。図 1 のように、静止した球速測定器 A の方向に速さ u [m/s] で接近している野球のボール B に向かって、A から振動数 ν [Hz] の電波を放射し、B によって反射されてもどってきた電波の振動数を測定したところ ν' [Hz] であった。このとき、 ν

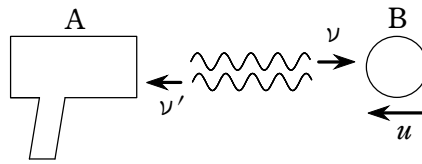


図 1

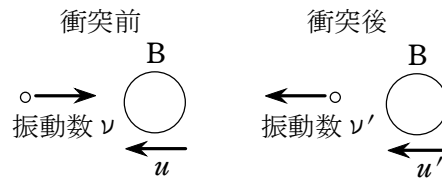


図 2

と ν' の間には、 $\nu' = \frac{(c+u)\nu}{c-u}$ の関係がある。この現象を、電波を波動と考えたときのドップラー効果、および電波を粒子(光子)と考えたときの弾性衝突の 2 通りの方法で調べよう。

電波を波動と考え音波と同様に取り扱いえると仮定しよう。このとき、B が動いているために B に到達する 1 秒当たりの波の数 ν_1 は、 $\nu_1 = \text{1} \times \nu$ となる。また、B によって反射された電波は ν_1 [Hz] の振動数で伝わるが、B が動いているために A では $\nu' = \text{2} \times \nu_1$ の振動数の電波を観測することになる。したがって、これらの式から $\nu' = \frac{(c+u)\nu}{c-u}$ の関係式を導くことができる。

振動数 ν の電波は、エネルギー E [J]、運動量 p [kg·m/s] をもつ光子とみなすことができ、 $E=h\nu$ 、 $p = \text{3}$ の関係がある。いま図 2 のように 1 個の光子が B と完全弾性衝突をしたとする。B の質量を M [kg]、衝突前の速さを u [m/s]、衝突後の速さを u' [m/s] とし、電波の反射前の振動数を ν 、反射後の振動数を ν' とする。このとき、運動量保存の式は 4 、また、エネルギー保存の式は 5 となる。 4 と 5 から u' を消去すると、 $\nu' - \nu = \text{6} + \frac{u}{c}(\nu + \nu')$ の関係式が得られる。ここで光子の運動量は B の運動量に比べて十分小さくて、右辺第 1 項 6 は第 2 項に比べて無視できるので、結局 $\nu' = \frac{(c+u)\nu}{c-u}$ の関係式を導くことができる。

具体例として、球速測定器 A より振動数が $\nu=1.00 \times 10^{10}$ Hz の電波を放射し、これともどってきた電波を干渉させたところ、1 秒当たり 1.50×10^3 回のうなりの現象を観測した。 $\frac{u}{c}$ は十分小さいので、 $|x|$ が 1 に比べて十分小さいときの近似式 $(1+x)^n \approx 1+nx$ を用いて計算すると、 $\frac{u}{c}$ は ν と ν' を用いて $\frac{u}{c} = \text{7}$ と表される。したがって、このときのボール B の速さ u は km/h の単位で表すと 8 km/h であることがわかる。