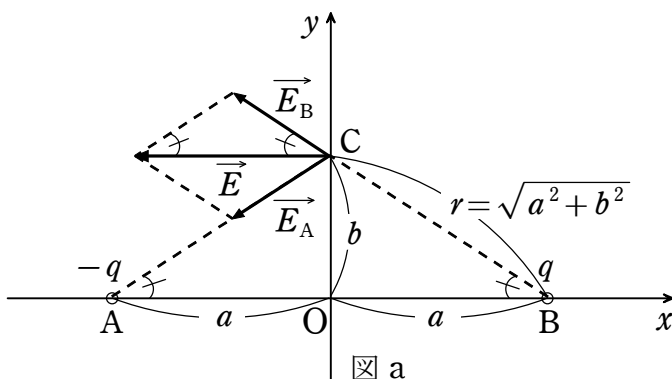


'02 筑波大学

解説

点電荷による電位の計算では、分母が距離(絶対値)であることに注意せよ。電荷の移動の際、外力がする仕事=電荷×(終点の電位-始点の電位)

(1) $AC=BC$ で、これを r とすると、三平方の定理より $r=\sqrt{a^2+b^2}$



点 C での、点 A, B による電場を \vec{E}_A, \vec{E}_B , 合成電場を \vec{E} とすると

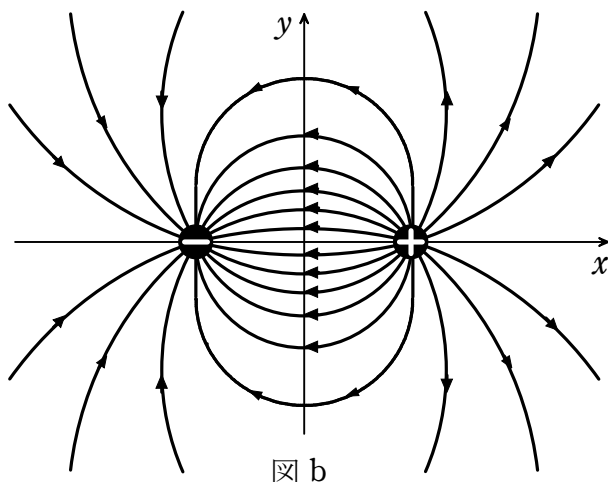
$$E_A = E_B = \frac{kq}{r^2} = \frac{kq}{a^2 + b^2}$$

$\triangle ABC$ と、 \vec{E}, \vec{E}_B を 2 辺とする三角形の相似より $\frac{E_B}{E} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2a}$ だから

$$E = \frac{2a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \times \frac{kq}{a^2 + b^2} = \frac{2kqa}{(a^2 + b^2)^{3/2}}$$

向きは x 軸の負の向き

(2) 電気力線は正電荷から出て負電荷に入る。両電荷の付近では密度が高く、 y 軸との交点での接線は x 軸に平行になる。両電荷の絶対値が等しいので、 x 軸だけでなく、 y 軸に関して対称である(図 b)。



'02 筑波大学

(3) 点 A, B から点 $(x, 0)$ までの距離を r_A, r_B とすると $V(x) = \frac{k(-q)}{r_A} + \frac{kq}{r_B}$ である。

$x < -a$:

$$r_A = -x - a = -(x + a)$$

$$r_B = -x + a = -(x - a)$$

$$V(x) = \frac{k(-q)}{-(x+a)} + \frac{kq}{-(x-a)} = -\frac{2kqa}{x^2 - a^2}$$

$-a < x < a$:

$$r_A = x + a, \quad r_B = a - x = -(x - a)$$

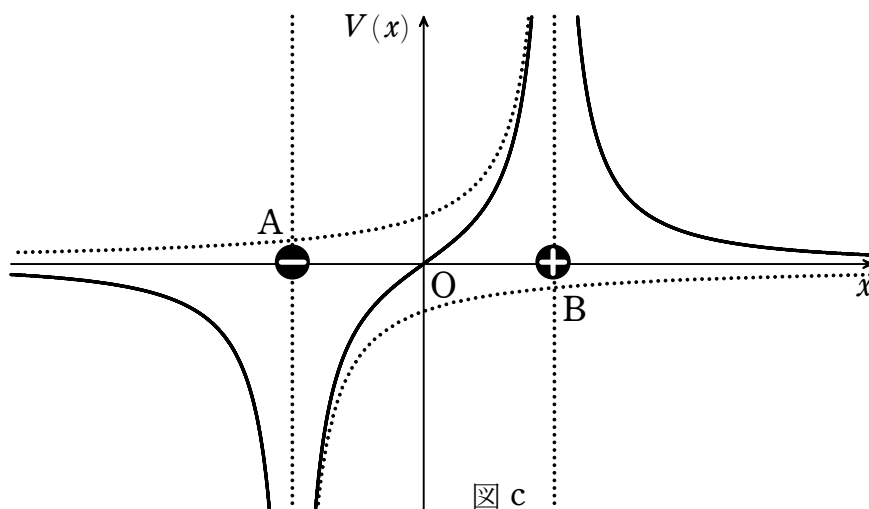
$$V(x) = \frac{k(-q)}{x+a} + \frac{kq}{-(x-a)} = -\frac{2kqx}{x^2 - a^2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$x > a$:

$$r_A = x + a, \quad r_B = x - a$$

$$V(x) = \frac{k(-q)}{x+a} + \frac{kq}{x-a} = \frac{2kqa}{x^2 - a^2}$$

また、グラフは A の電荷による電位のグラフ ($x = -a$ を漸近線とする直角双曲線) と B の電荷による電位のグラフ ($x = a$ を漸近線とする直角双曲線) を合成して 図 c のようになる。



'02 筑波大学

- (4) y 軸は AB の垂直二等分線だから、点 A , B から点 $(0, y)$ までの距離を r_A , r_B とすると、 $r_A = r_B$ である。これらを r とおくと

$$V(y) = \frac{k(-q)}{r_A} + \frac{kq}{r_B} = -\frac{kq}{r} + \frac{kq}{r} = 0$$

注 y 軸は電位 0 の等電位線である。

- (5) 点 D , E の電位を V_D , V_E とすると、①式より

$$V_D = V\left(\frac{a}{2}\right) = -\frac{2kq\left(\frac{a}{2}\right)}{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - a^2} = \frac{4kq}{3a}$$

$$V_E = V\left(-\frac{a}{2}\right) = -\frac{2kq\left(-\frac{a}{2}\right)}{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 - a^2} = -\frac{4kq}{3a}$$

また、点 C は y 軸上の点だから電位は $V_C = 0$

$$\text{以上より } W = Q(V_D - V_C) = \frac{4kqQ}{3a}$$

運動エネルギーの変化が、電場のする仕事に等しいことより

$$\frac{1}{2}mv^2 = Q(V_D - V_E) = \frac{8kqQ}{3a}$$

$$\text{ゆえに } v = 4\sqrt{\frac{kqQ}{3am}}$$

- (6) 種や木くずに誘電分極が生じ、電場の方向に並ぶから。

講評

電場と電位の問題。この辺はあいまいなままの受験生も多く、1つのポイントになる部分であり、出題率も低くは無い分野。きちんと対策を講じる必要のあるところになる。難易度は簡単ではないが、入試ではこれくらいのレベルは最低限必要。知識の抜けがないかなどの確認に適した問題。