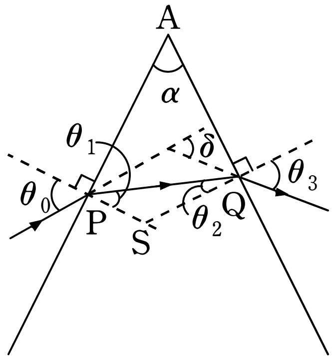
’03　茨城大学

解説

〔A〕(1)　P点での屈折の法則より

$$1\cdot\sin\theta_0 = n\cdot\sin\theta_1$$

ゆえに　$\boldsymbol{\sin\theta_1 = \frac{1}{n}\sin\theta_0}$



(2)　右図で　$\theta_1+\theta_2+\angle\mathrm{S}=180^\circ$

$\angle\mathrm{APS}=\angle\mathrm{AQS}=90^\circ$　だから

$$\alpha+\angle\mathrm{S}=180^\circ$$

よって　$\theta_1+\theta_2+180^\circ-\alpha=180^\circ$

ゆえに　$\boldsymbol{\theta_2=\alpha-\theta_1}$

(3)　Q点での屈折の法則より

$$n\cdot\sin\theta_2=1\cdot\sin\theta_3$$

ここで　$\sin\theta_2=\sin(\alpha-\theta_1)$

$$=\sin\alpha\cos\theta_1-\cos\alpha\sin\theta_1$$

また　$\cos\theta_1=\sqrt{1-\sin^2\theta_1}$

さらに　$\sin\theta_1=\frac{1}{n}\sin\theta_0$

以上から

$$\begin{aligned}\sin\theta_3&=n\cdot\sin\theta_2\\&=n\cdot\sin\alpha\cdot\sqrt{1-\sin^2\theta_1}-n\cdot\sin\theta_1\cos\alpha\\&=n\cdot\sin\alpha\cdot\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta_0}{n^2}}-\sin\theta_0\cos\alpha\\&=\boldsymbol{\sin\alpha\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0}-\sin\theta_0\cos\alpha}\end{aligned}$$

(4)　$\alpha+\angle\mathrm{S}=180^\circ$

また，四角形の内角のの和は360°だから

$$\theta_0+\angle\mathrm{S}+\theta_3+(180^\circ-\delta)=360^\circ$$

$$\theta_0+(180^\circ-\alpha)+\theta_3+180^\circ-\delta=360^\circ$$

ゆえに　$\boldsymbol{\delta=\theta_0+\theta_3-\alpha}$

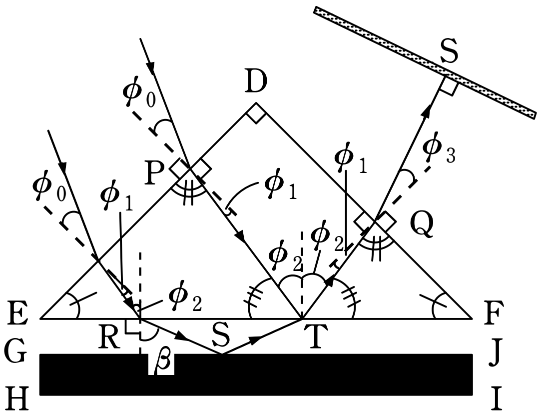
(5)　(3) の $\sin\theta_3$ の式に，$\alpha=60^\circ$，$\theta_0=90^\circ$，$\theta_3=30^\circ$ を代入して整理する。

$$\sin 30^\circ=\sin 60^\circ\sqrt{n^2-\sin^2 90^\circ}-\sin 90^\circ\cos 60^\circ$$

$$\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{n^2-1}-\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{n^2-1}=1\quad ゆえに\quad \boldsymbol{n^2=\frac{7}{3}}$$

〔B〕 (6)　下図のＰ点での屈折角は ϕ_1 である。また，Ｑ点での入射角も ϕ_1 である。



$$\text{P}\qquad 1\cdot\sin\phi_0=n\cdot\sin\phi_1$$

$$\text{Q}\qquad n\cdot\sin\phi_1=1\cdot\sin\phi_3$$

よって　$\boldsymbol{\phi_3=\phi_0}$

(7)　Ｒ点での屈折の関係より

$$n\cdot\sin\phi_2=1\cdot\sin\beta$$

また，(2) と同様に考えて　$\phi_1+\phi_2=\angle\text{E}=45^\circ$

よって，(3) と同様に計算をすると

$$\begin{aligned}\sin\beta&=n\cdot\sin\phi_2=n\sin(45^\circ-\phi_1)\\&=n\sin 45^\circ\cos\phi_1-n\cos 45^\circ\sin\phi_1\\&=n\cdot\sin 45^\circ\sqrt{1-\sin^2\phi_1}-n\sin\phi_1\cos 45^\circ\\&=\sin 45^\circ\sqrt{n^2-\sin^2\phi_0}-\sin\phi_0\cos 45^\circ\\&=\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{n^2-\sin^2\phi_0}-\sin\phi_0\right)}\end{aligned}$$

(8)　プリズムの EF 面で反射する光と，プリズムの EF 面から出て直方体の GJ 面で反射してプリズムに入射する光との干渉は，薄膜の干渉と同じように考えることができる。下図の RST の経路を通る光と T で反射する光の経路の差は UV である。

’03　茨城大学

したがって，最も暗くなったときの EF 面と GJ 面の距離を d とすると，GJ 面での反射で位相が反転するから，暗くなるときの条件式は

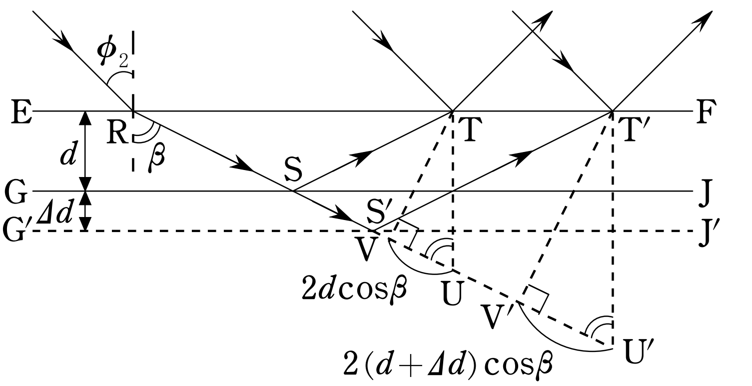
$$2d\cos\beta=\frac{\lambda}{2}\times 2m \quad (m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots) \quad \cdots\cdots ①$$

直方体が $\varDelta d$ だけ移動したときの条件式は

$$2(d+\varDelta d)\cos\beta=\frac{\lambda}{2}\times 2(m+1) \quad \cdots\cdots ②$$

②－①より

$$2\varDelta d\cos\beta=\frac{\lambda}{2}\times 2 \qquad よって \quad \varDelta d=\frac{\lambda}{2\cos\beta}$$



講評

　プリズムを利用した，光の屈折の問題．問題自体は基礎的だが，計算が面倒な部分があるのと，数学的な知識を使う部分が多いのが多少気になる問題．実際の問題では，加法定理の式が与えられている．きちんと計算できる力を養っておきたい．