'03　岩手大学

解説

(1)　いま，液体の中のピストンには，上方からは大気の圧力による力 p_aS〔N〕と液体の圧力による力 ρ_wSdg〔N〕が，下方からはシリンダー内の気体の圧力による力 p_0S〔N〕がはたらいている(ピストンの質量は無視できるので，ピストンにはたらく重力は考えなくてよい)。これらの力はつりあっていて，ピストンは静止している。この3つの力の大きさの関係は，

$$p_0S=p_aS+\rho_wSdg$$

したがって，シリンダー内の気体の圧力は

$$p_0=p_a+\rho_wdg\ \text{〔Pa〕}\quad\cdots\cdots ①$$

　ボイルの法則により，温度が一定のとき，一定質量の気体の体積は圧力に反比例する。このとき $p'V'=pV$ という関係が成りたつので，

$$p_0V_0=p_aV_a$$

したがって，シリンダー内の気体の体積は

$$V_0=\frac{p_a}{p_0}V_a\ \text{〔m}^3\text{〕}$$

(2)　ピストンにおもりを載せると，ピストンは下がり，シリンダー内の気体は圧縮される。これは短い時間の変化で，その間にシリンダーの内と外での熱の出入りはない。このように熱の出入りなしに起こる状態変化を**断熱変化**(断熱圧縮)という。

　このときピストンには，上方からは大気の圧力による力と液体の圧力による力に加え，おもりにはたらく重力による力 Gg〔N〕が，下方からはシリンダー内の気体の圧力による力 p_1S〔N〕がはたらいている。これらの力の大きさの関係は

$$p_1S=p_aS+\rho_wSdg+Gg$$

シリンダー内の圧力 p_1 は，① 式より，

$$p_1=p_a+\rho_wdg+\frac{Gg}{S}=p_0+\frac{Gg}{S}\ \text{〔Pa〕}$$

　また，この変化においては，「$pV^\gamma=$一定」という関係が成りたっているので，

$$p_1{V_1}^\gamma=p_0{V_0}^\gamma$$

この式を変形すると，

’03　岩手大学

$$\left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\gamma}=\frac{p_0}{p_1}$$

$$\frac{V_1}{V_0}=\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad \cdots\cdots ②$$

よって求める体積は

$$V_1=\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}V_0 \ \text{〔m}^3\text{〕}$$

また，ボイル・シャルルの法則から，$\dfrac{pV}{T}=\dfrac{p'V'}{T'}$ という関係が成りたっているので，

$$\frac{p_0V_0}{T_0}=\frac{p_1V_1}{T_1}$$

この式を変形し，② 式を利用すると，求める温度は

$$T_1=\frac{p_1V_1}{p_0V_0}T_0=\frac{p_1}{p_0}\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}T_0$$

$$=\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}}T_0 \ \text{〔K〕}$$

(3)　ピストンにはおもりを載せたままである。また，ピストンの液面からの深さの変動は無視できる。したがって，シリンダー内の気体は，一定の圧力下で変化している。この状態変化のことを**等圧変化**という。

状態 0 から状態 1 の過程では，シリンダー内部の気体は断熱圧縮により，その温度は上昇して T_1〔K〕になる。次の状態 1 から状態 2 の過程では，シリンダーの外の液体とシリンダー内の気体は熱平衡に達し，全体は均一な温度 T_2〔K〕になる。このときに気体の温度は下がる。シリンダー内の気体は等圧で変化するので，その体積は減少する。よって，ピストンは**下に移動**する。

'03　岩手大学

状態1から状態2の変化で，気体の温度は下がり，液体の温度は上がる。このとき，気体が失う熱量は，等圧変化なので，

$$mc_p(T_1-T_2)\,〔\mathrm{J}〕$$

液体が得る熱量は，

$$Mc_{\mathrm{w}}(T_2-T_0)\,〔\mathrm{J}〕$$

この変化では，気体が失う熱量と液体が得る熱量は等しいので，

$$mc_p(T_1-T_2)=Mc_{\mathrm{w}}(T_2-T_0)$$

したがって，

$$T_2=\frac{Mc_{\mathrm{w}}T_0+mc_pT_1}{Mc_{\mathrm{w}}+mc_p}\,〔\mathrm{K}〕$$

(4)　状態0から状態3までの過程における，断熱容器内の「気体＋液体」と外部との間の熱の出入りおよび仕事の授受についてまとめると，次の Ⅰ～Ⅲ のことが起きている。

Ⅰ)　ピストンに置かれたおもりは状態0→状態1→状態2の各過程で下降し，そのときに減ったおもりの位置エネルギーは，容器の中の「気体＋液体」に吸収されている。

Ⅱ)　状態2→状態3では，おもりが取り除かれてピストンが上昇するが，問題の仮定により液面の変動が無視できるので，液体の外に対しては仕事をしていない。

Ⅲ)　シリンダー内の気体およびそれを囲む液体は断熱容器の中にあるので，その外との熱の出入りはない。

以上のことから，この「気体＋液体」は，状態0から状態3までの過程の収支として，外からエネルギーを吸収している。したがって，温度 T_3 は T_0 より高い。答えは，(ウ) 上がる

講評

気体の問題．ボイルシャルルを用いる問題で，難易度は基本的．内容も非常に素直で，解きやすくつまる部分も無いと思われる．是非とも完答したい．