

'03 立命館大学

解説

(ア) 波の基本式 $v = f\lambda$ より

$$c = f\lambda \quad \text{ゆえに} \quad f = \frac{c}{\lambda} \text{ [Hz]}$$

(イ) 右図より，粒子の L_1 の方向の速度成分は

$$V \cos(a + b) \text{ [m/s]}$$

(ウ) 粒子が受ける振動数 f' は，ドップラー効果より

$$\begin{aligned} f' &= f \cdot \frac{c - V \cos(a + b)}{c - 0} \\ &= \frac{c - V \cos(a + b)}{\lambda} \text{ [Hz]} \end{aligned}$$

(エ) 粒子は f' の光を発しながら光検出器から $V \cos b$ で遠ざかる。

(オ) 検出器が観測する振動数 f_1 は

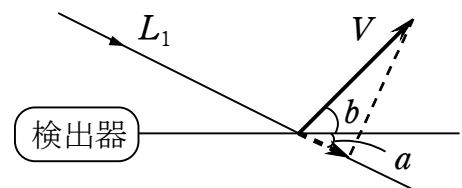
$$\begin{aligned} f_1 &= f' \cdot \frac{c - 0}{c - (-V \cos b)} \\ &= \frac{c}{c + V \cos b} \times f' \text{ [Hz]} \end{aligned}$$

(カ) 粒子の L_2 の方向の速度成分は $V \cos(b - a)$ である。(ウ)~(オ)と同様に考えて

$$\begin{aligned} f'' &= \frac{c - V \cos(b - a)}{\lambda} \\ f_2 &= f'' \frac{c - 0}{c - (-V \cos b)} \\ &= \frac{c}{c + V \cos b} \times \frac{c - V \cos(b - a)}{\lambda} \text{ [Hz]} \end{aligned}$$

(キ) $f_y = f_1 - f_2$ であり，条件 $\frac{c}{c + V \cos b} \doteq 1$ を用いて整理をすると

$$\begin{aligned} f_y &= \frac{c - V \cos(b + a)}{\lambda} - \frac{c - V \cos(b - a)}{\lambda} \\ &= \frac{V}{\lambda} (-\cos b \cos a + \sin b \sin a + \cos b \cos a + \sin b \sin a) \\ &= \frac{2V}{\lambda} \sin a \sin b \text{ [Hz]} \end{aligned}$$



'03 立命館大学

(ク) (キ)の答えより

$$V \sin b = \frac{f_y \lambda}{2 \sin a}$$

(ケ) 装置全体を $\frac{\pi}{2}$ 回転させると, 検出器と粒子の運動方向とがなす角が $\frac{\pi}{2} - b$ とな

り, 他は変化しない。よって, (キ)の結果で $b \rightarrow \frac{\pi}{2} - b$ におきかえたものが f_x となる。

$$f_x = \frac{2V}{\lambda} \sin a \cos b \text{ [Hz]}$$

(コ) (ケ)より

$$V \cos b = \frac{f_x \lambda}{2 \sin a}$$

$$\begin{aligned} \text{(サ)} \quad V &= \sqrt{V^2 \sin^2 b + V^2 \cos^2 b} \\ &= \frac{\lambda}{2 \sin a} \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \text{ [m/s]} \end{aligned}$$

講評

光のドップラー効果の問題。難易度としては標準的。問題が若干考えにくいだが, 光を散乱する粒子は動く観測者として, そして動く波源としてドップラー効果を考えていけばよい。きちんと考え方をつかんでおきたい問題。