’03　札幌医科大学

解説

［A］（ア）$V'=-L_0\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}$

（イ）キルヒホッフの法則より，回路に抵抗がないから

$$V+V'=V-L_0\frac{\varDelta I}{\varDelta t}=0$$

（ウ）$\varDelta I=I_0\sin\omega(t+\varDelta t)-I_0\sin\omega t$

$$=I_0(\sin\omega t\cos\omega\varDelta t+\cos\omega t\sin\omega\varDelta t)-I_0\sin\omega t$$

$\cos\omega\varDelta t\fallingdotseq 1$，$\sin\omega\varDelta t\fallingdotseq\omega\varDelta t$ を用いて，$\boldsymbol{\varDelta I=I_0\omega\varDelta t\cos\omega t}$

注　$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$ を用いた。

（エ）（ウ）の結果を（ア）に代入して

$$V'=-L_0\frac{\varDelta I}{\varDelta t}$$

$$=-L_0\frac{I_0\omega\varDelta t\cos\omega t}{\varDelta t}$$

$$=\boldsymbol{-L_0I_0\omega\cos\omega t}$$

［B］(1)（エ）の結果を用いて

$$V''=-LI_0\omega\cos\omega t$$

$V+V''=IR$ に代入して

$$V_0\sin(\omega t+\alpha)-LI_0\omega\cos\omega t=I_0R\sin\omega t$$

$$V_0(\sin\omega t\cos\alpha+\cos\omega t\sin\alpha)-LI_0\omega\cos\omega t=I_0R\sin\omega t$$

$$(V_0\sin\alpha-LI_0\omega)\cos\omega t=(I_0R-V_0\cos\alpha)\sin\omega t$$

$A\sin\theta+B\cos\theta=0$ のとき，$A=0$，$B=0$ というから

$$V_0\sin\alpha-LI_0\omega=0$$

よって　$\sin\alpha=\dfrac{LI_0\omega}{V_0}$

$$I_0R-V_0\cos\alpha=0$$

よって　$\cos\alpha=\dfrac{I_0R}{V_0}$

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\dfrac{LI_0\omega}{V_0}}{\dfrac{I_0R}{V_0}}=\boldsymbol{\frac{L\omega}{R}}$$

(2)　図2より，位相のずれ α は $\dfrac{\pi}{4}$，周期 T は 0.02s である。(1) の結果より

$$L=\frac{R}{\omega}\tan\alpha=\frac{TR}{2\pi}\tan\alpha$$

'03　札幌医科大学

数値を代入して

$$L=\frac{TR}{2\pi}\tan\alpha=\frac{0.02\times 50}{2\times 3.14}\times\tan 45^\circ$$

$$=\frac{1}{6.28}=\mathbf{0.16\,(H)}$$

(3)　(1)の式より

$$V_0\sin\alpha-LI_0\omega=0$$

よって　$V_0=\dfrac{LI_0\omega}{\sin\alpha}=\dfrac{LI_0\omega}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$

$$I_0R-V_0\cos\alpha=0$$

よって　$\cos\alpha=\dfrac{I_0R}{V_0}$

上式に代入して $\cos\alpha$ を消去すると

$$V_0{}^2=I_0{}^2(R^2+L^2\omega^2)$$

よって　$V_0=\boldsymbol{I_0\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}$

(4)　平均電力を $\overline{P}$ すると

$$\overline{P}=\frac{1}{2}I_0V_0\cos\alpha$$

(3)の途中の式より

$$\cos\alpha=\frac{I_0R}{V_0}$$

であるから　$\overline{P}=\boldsymbol{\dfrac{1}{2}I_0{}^2R}$

(5)　**大きくなる。**

理由：鉄しんを抜くと，コイルの自己インダクタンス L が小さくなり，(4)の結果より $\overline{P}$ は大きくなる。

講評

交流回路の問題．難易度としては基本的で，問題も奇をてらった形ではない．コイルの鉄しんを抜くと，コイルの自己インダクタンスは小さくなるという関係は，知らなければ解けないだろう．交流回路自体にあまりなじみが薄いと思われるので，本問を通じてきちんと押えておきたい．