

## '03 信州大学

次の文章の空欄を適当な数式，文字式，あるいは語句などで埋めて文章を完成させよ。

理想気体で近似できる気体分子 1 モルが一辺の長さ  $L$ ，体積  $V(=L^3)$  の立方体の容器に閉じこめられている。分子 1 個の質量を  $m$  とする。気体の圧力  $P$  は，状態方程式  $PV=RT$  を使って，気体の絶対温度  $T$  から計算できる。気体定数  $R$  は  $N_A k$  と書き表すことができる。ここで， $k$  は  と呼ばれる定数であり，アボガドロ数  $N_A$  は  の数値をもつ量である(答えは有効数字 1 桁でよい)。

立方体容器の直交する 3 辺に平行に  $x$ ， $y$ ， $z$  軸をとり，ある 1 個の分子が  $x$  軸に垂直な壁面に衝突し，はねかえされる過程を考えよう。この分子の  $x$  軸方向の速度成分を  $v_x$  とすると，分子が  $x$  軸に垂直な 2 つの壁面の間を往復する時間は  である(壁との衝突では  $v_x$  の大きさは変化せず，また，分子どうしの衝突の効果は無視してよい)。分子が壁と衝突する前後の運動量の変化，すなわち力積の大きさは  であるから，圧力  $P$  へのこの分子の寄与は  と計算できる。 $N_A$  個の分子による圧力を求めるためには，分子の速度について平均値を用いる必要がある。分子の速度の大きさの 2 乗平均  $\overline{v^2}$  を用いると，分子 1 個の運動エネルギーの平均値  $E$  は  である。 $\overline{v^2}$  は各速度成分の 2 乗平均の和  $\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$  に等しい。各分子はどの方向に対しても同等にふるまうから， $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$  の関係式が成立する。これらの結果を考慮して，1 モルの気体の圧力  $P$  は  $E$  を用いて  と書くことができる。状態方程式から直接導いた  $P = \frac{RT}{V}$  と  を比較すると，絶対温度  $T$  での 1 モルの理想気体の内部エネルギーは  $N_A E = \overline{E}$  と計算できる。熱平衡状態では各粒子の運動の自由度ごとに  ずつ均等に，エネルギーが分配されている。単位体積あたりの内部エネルギー  $U = \frac{N_A E}{V}$  を用いて表すと，圧力は  $P = \overline{P}$  と書くことができる。

光は  $P = \frac{1}{3} U$  の圧力を及ぼすことが知られている。光を粒子とみなし，上の理想気体の場合と同様な考察をして，光の粒子すなわち光子 1 個のエネルギーが  $E_0$  であるときに光子がもつ運動量の大きさ  $p_0$  を導いてみよう。ただし，光子の速度の大きさは一定値  $c$  をとること，運動量の  $x$  成分  $p_x$  は速度の  $x$  成分  $c_x$  を使って  $p_x = p_0 \cdot \frac{c_x}{c}$  で与えられることを使う。壁との衝突による運動量の変化を求めてみると，圧力への光子 1 個の寄与が  となるのがわかる。光子の数を  $N$  個として， $N$  個の光子全体による圧力を  $P = \frac{1}{3} U = \frac{1}{3} \frac{N E_0}{V}$  と比較すると，光子のエネルギー  $E_0$  と運動量  $p_0$  との間に成り立つ関係式  が導かれる。光子のエネルギー  $E_0$  が振動数に比例するとすれば，運動量  $p_0$  は  の逆数に比例することになる。この比例関係における比例定数は  と呼ばれる。