

'04 立命館大学

解説

(ア) 仕事 (イ) 内部エネルギー

(ウ) ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \dots\dots ①$$

断熱変化の式より $P_1 V_1^k = P_2 V_2^k \quad \dots\dots ②$

①, ② 式より, P_1, P_2 を消去して

$$T_1 V_1^{k-1} = T_2 V_2^{k-1}$$

よって $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} \quad \dots\dots ③$

② 式より $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^k \quad \dots\dots ④$

③, ④ 式より $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}$

(エ) 凝縮 (蒸発)

(オ) 水が放出する熱量は $x\Delta H$, x は十分小さいというから, 空気 1 mol が上昇する温度 ΔT は

$$x\Delta H = 1 \times C_p \Delta T \quad \text{よって} \quad \Delta T = \frac{x\Delta H}{C_p}$$

(カ) 題意より, ふもとにおいても山頂においても空気の湿度が 100% であるので, 水蒸気 の分圧は各々の場所での飽和蒸気圧と等しくなる。

また, 分圧の法則より, 空気の圧力と水蒸気 の分圧の比は, 空気 (1 mol) と水蒸気 のモル数の比に等しい。ふもとと山頂における水蒸気 のモル数をそれぞれ, n_{q1}, n_{q2} とすると

ふもと $P_1 : q_1 = 1 : n_{q1}$

山頂 $P_2 : q_2 = 1 : n_{q2}$

よって $n_{q1} = \frac{q_1}{P_1}, n_{q2} = \frac{q_2}{P_2}$

したがって, 水滴として取り除かれる水蒸気は

$$x = n_{q1} - n_{q2} = \frac{q_1}{P_1} - \frac{q_2}{P_2}$$

'04 立命館大学

(キ) (オ), (カ) より
$$\Delta T = \frac{x\Delta H}{C_p} = \frac{\Delta H}{C_p} \left(\frac{q_1}{P_1} - \frac{q_2}{P_2} \right)$$

上式に, $\Delta H = 4.0 \times 10^4 \text{ J/mol}$,

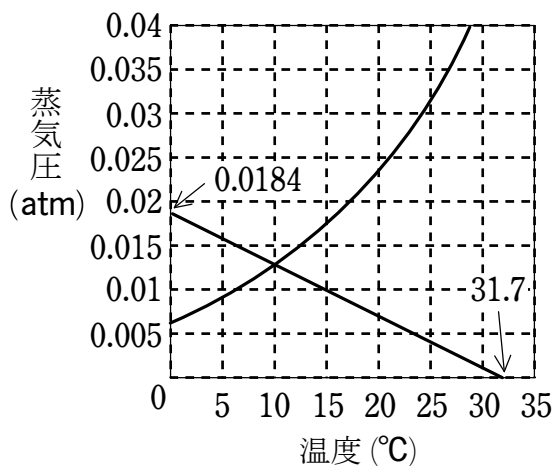
$C_p = 29 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$, $P_1 = 1.00 \text{ atm}$,

$P_2 = 0.80 \text{ atm}$ と, $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ における飽和蒸気圧 $q_1 = 0.023 \text{ atm}$ を代入する。

$$\Delta T = \frac{4.0 \times 10^4}{29} \left(\frac{0.023}{1.00} - \frac{q_2}{0.80} \right)$$

よって $q_2 = 1.84 \times 10^{-2} - 5.8 \times 10^{-4} \Delta T$

山頂での温度は $T_2 + \Delta T = 0 + \Delta T = \Delta T$ であるので, この式のグラフを図 2 にかきこみ(次図), 交点を読み取ると $\Delta T = 10 \text{ }^\circ\text{C}$



講評

気体の状態変化の問題。難易度としては標準的な問題。断熱変化でも, ボイル・シャルルの法則は成りたつことに注意しておきたい。化学の問題のような部分もあるが, 入試ではこれくらいの融合は当然と考えておくべきである。