

(問題が G : 良い、A : 基本、D : よく出る、S : 新規性、**H : 高水準**、F : 標準的)

★ (40点必須)、★★ (60点必須)、★★★ (75点必須)

★★★067h060509動点 難易度4 2006年平塚江南高校

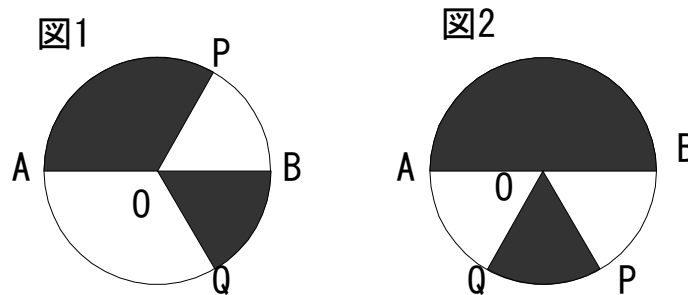
長さが20cmの線分ABを直径とする円Oがあり、円の中はすべて白色

である。点Pは点Aを出発し、一定の速さで円周上を時計まわりに動き続け、一周するのに30秒かかる。点Qは点Pと同時に点Bから出発し、一定の速さで円周上を時計まわりに動き続け、一周するのに60秒かかる。

2点P、Qの移動にともない、線分OP、線分OQが円の中の白色の部分を通過すると通過した後は黒色に変わり、円の中の黒色部分を通過した後は白色に変わる。

例

点Pが出発してから10秒後は図1のようになり、20秒後には図2のようになる



次の問に答えよ。

- 1) ★点Pが出発してから5秒後のとき、円Oの黒い部分の面積を求めよ。
- 2) ★★初めて点Pが点Qに追いつくのは、点Pが出発して何秒後か求めよ。
- 3) ★★★点Pが出発して15秒後から30秒後のまでの間で、円Oにおける黒い部分の面積が $70\pi\text{cm}^2$ になるのは、何秒後か求めよ。

問題の解き方と復習のポイント

問題をよく読んで意味を解釈しましょう。

1) 1秒間に点Pは $\frac{1}{30} \times 360^\circ = 12^\circ$ ずつ進む

1秒間に点Qは $\frac{1}{60} \times 360^\circ = 6^\circ$ ずつ進む

点Pで黒くなる面積は $\frac{12 \times 5 \times 10^2}{360} \pi = \frac{500}{30} \pi = \frac{50}{3} \pi$

点Qで黒くなる面積は $\frac{6 \times 5 \times 10^2 \pi}{360} = \frac{500}{60} \pi = \frac{50}{6} \pi$

合計 $\frac{150}{6} \pi = 25 \pi$ 答 $25 \pi \text{ cm}^2$

2) 同様に x 秒には点Pは $12x$ 進む

x 秒には点Qは $6x$ 進む、また点Qは最初 180° 先にあるから

$$12x = 6x + 180,$$

$$6x = 180$$

$$x = 30$$

答 30秒後

3) 70 cm^2 になるには $\pi r^2 \times \frac{x}{360} = 70 \pi$

$$100 \times \frac{x}{360} = 70, \quad x = 7 \times 36 = 252^\circ$$

点Pは 180° 進むから

図2の上の半円は15秒から30秒までは黒くなる。

おうぎ形POQの中心角は $252 - 180 = 72^\circ$ になればよい。

$$6x - 12(x - 15) = 72 \quad \text{を解くと}$$

$$-6x + 12 \times 15 = 72$$

$$6x = 12 \times 15 - 72$$

$$x = 2 \times 15 - 12 = 18$$

答 18秒後