

★ (40点必須)、★★ (60点必須)、★★★ (75点必須)

1. 次の問に答えよ。③025 a 020722 難易度3

1) ★★270にできるだけ小さい整数をかけて、ある整数の2乗にしたい。どのような数をかければ良いか。

2) ★★1080をできるだけ小さい正の整数でわって、ある整数の3乗にしたい。どのような数でわれば良いか。

2. ①: 036 g 020722 難易度3

7でわると2余る整数a、7でわると3余る整数bがある。

1) ★ aを7でわったときの商をm、bを7でわったときの商を、nとして、a、bをそれぞれm、nを使って表せ。

2) ★★ aとbの和を7でわったときの余を求めよ。

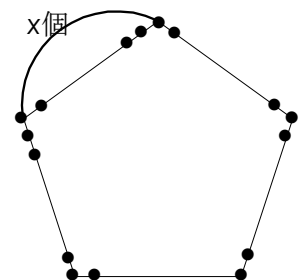
3. ②: ★★★0834 g 020722 難易度4

ある列車が580mの鉄橋を渡りはじめてから渡り終るまでに40秒かかり、1380mのトンネルを入り始めてから出終わるまでに1分20秒かかった。この列車が、対向して走ってくる秒速30m、長さ180mの急行列車に出会ってから完全に離れるまでには何秒かかるか。

4. ②: ★★345 a 020722 難易度3

右の図のように、1辺に同じ個数の正五角形をつくる。

1辺に並べる基石をx個とすると、基石は全部で何個必要か。

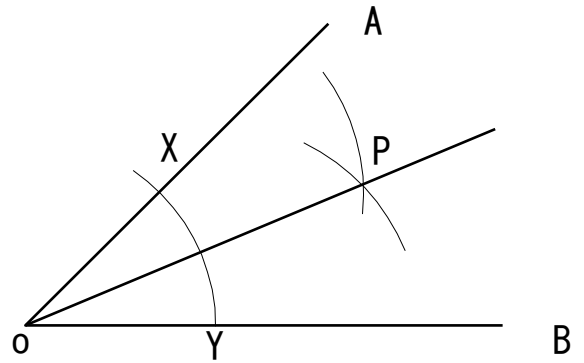


5. ★①154a020722 難易度3

右の図は、 $\angle AOB$ の二等分線を作図したものである。

1) ★この作図方法を、簡単に説明せよ。

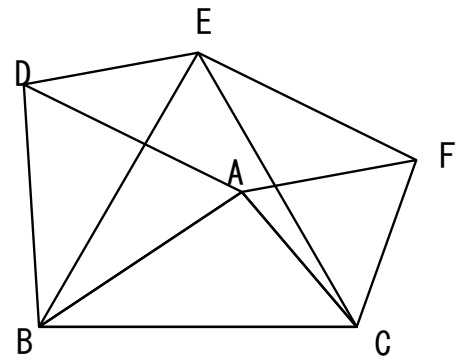
2) ★この作図が正しいことを、三角形の合同条件を用いて証明せよ。



6. ②:★★196g020722 難易度3

右の図は、 $\triangle ABC$ の辺 AB , BC , CA を1辺とした正三角形 BAD , BCE , ACF をかいたものである。

このとき、四角形 $A FED$ は平行四辺形であることを証明せよ。



第1回解答 1. 1) 270を素因数分解すると $2 \times 3^3 \times 5$ となるので2乗になるには

$$2 \times 3 \times 5 = 30 \quad \text{を掛ければ } 2^2 \times 3^4 \times 5^2 = 90^2 \text{となる。}$$

2) 1080を素因数分解すると $2^3 \times 3^3 \times 5$ となるので5でわれば $2^3 \times 3^3$ で6の3乗になる。

2. 1) $a = 7m + 2$

$$b = 7n + 3$$

$$2) \frac{a+b}{7} = \frac{7m+2+7n+3}{7} = m+n + \frac{5}{7} \quad \text{余5である。}$$

3. 列車の長さを x m、速さを y m/秒とすると、

$$580 + x = 40y \dots\dots ①$$

$$1380 + x = 80y \dots\dots ②$$

$$② - ① \quad 40y = 800, \quad y = 20 \text{ m/秒}$$

$$x = 800 - 580 = 220 \text{ m}$$

完全に離れるまでの時間を z 秒とすると、

$$(20 + 30)z = 220 + 180 = 400$$

$$50z = 400 \quad z = 8 \text{ (秒)}$$

4. $5x - 5$ (個)

5. 1) Oを中心にして円弧をかく、OA, OBとの交点を x, y とする。

x, y からそれぞれ等しい半径の円弧を書き交点をPとする。

OPを結べば $\angle AOB$ の二等分線である。

2) $\triangle OPX$ と $\triangle OPY$ において

$$OP = OP \text{ (共通)、}$$

$$OX = OY \text{ (半径)}$$

$$XP = YP \text{ (同一半径)} \quad \text{3辺がそれぞれ等しいので } \triangle OPX \equiv \triangle OPY \text{ である。}$$

6. $\triangle DBE$ と $\triangle ABC$ において、

$$DB = AB \text{ (正三角形の1辺)} \dots\dots ①$$

$$EB = CB \text{ (正三角形の1辺)} \dots\dots ②$$

$$\angle DBE = 60^\circ - \angle EBA$$

$$\angle ABC = 60^\circ - \angle EBA \text{ から } \angle DBE = \angle ABC \dots\dots ③$$

①、②、③から2辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle DBE \equiv \triangle ABC$ から

$$DE = AC = AF \dots\dots ④$$

全く同様にして $\triangle FEC$ と $\triangle ABC$ についても言える。

$$FC = AC \dots\dots ①$$

$$EC = BC \dots\dots ②$$

$$\angle FCE = 60^\circ - \angle ECA$$

$$\angle BCA = 60^\circ - \angle ECA = \angle FCE \dots\dots ③$$

①、②、③から2辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle FEC \equiv \triangle ABC$ から

$$EF = AB = AD \dots\dots ⑤ \text{ から 2組の対辺の長さがそれぞれ等しいので四角形AFEDは}$$

平行四辺形である。