

夏休み特集(7)(1、2、3年の復習中級以上編)

★(40点必須)、★★(60点必須)、★★★(75点必須)★★★★(85点必須)

1. 難易度3ランクの問題(やや難問です。2002年市川高校入試問題です。)

1) ★★ある商品の定価を $x\%$ 値上げしたところ売れた個数は1割減少し、売上が12.5%増加した。
 x の値を求めよ。

2) ★★★★★2けたの自然数 N がある。 N の十の位の数の2倍と N の積が各位の等しい3けたの数になった。 N を求めよ。

2. 難易度3ランクの問題(文章の解釈。2002年東邦高校入試問題です。)

2つの数 x, y に対して $x * y = x + y + xy$ と定める。例えば $1 * 2 = 1 + 2 + 1 \times 2 = 5$ である。
このとき、次の間に答えよ。

1) ★★方程式 $x * 2x = -1$ を解け。

2) ★★すべての数 a に対して $a * x = a$ を満たす x を求めよ。

0

3. 難易度3ランクの問題 次の間に答えよ。

1) ★ y は x に反比例し、 $x=2$ のとき、 $y=8$ である。 x と y の値が等しくなるときの x の値を求めよ。

2) ★★ y は x に反比例するとき、 y の値が25%増加するのは、 x の値が何%減少したときか。

3) ★毎分 $3m^3$ ずつ入れると、80分間でいっぱいになる水そうがある。毎分 xm^3 ずつ入れると
 y 分間でいっぱいになるとして y を x の式で表せ。

4) ★★直線 $ax - y + 4 = 0$ が2直線 $x + y = 3$ 、と $3x - 2y = -1$ の交点を通るとき、 a の値を求めよ。

5) ★★3直線 $x + y = 2$ 、 $y - x = -1$ 、 $2x - y + a = 0$ によって、三角形ができないような定数 a の
値を求めよ。

6) ★★2点 $A(1, -1)$ 、 $B(2, 1)$ がある。直線 $ax - y + 3 = 0$ が線分 AB と共有点を持つのは、
定数 a がどんな値のときか求めよ。

4. 難易度3ランクの問題(標準的問題)

30km離れたところへ行くのに、自転車に乗って毎時16kmの速さで行ったが、途中で自転車がこわれ、そこからは毎時4kmの速さで歩いたので着くまでに3時間かかった。

歩いた道のりは何kmか。

1) ★★自転車に乗っていた時間をx時間、歩いた時間をy時間として連立方程式を作れ。

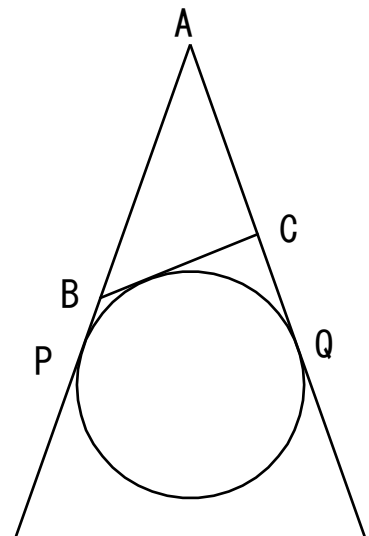
2) ★★歩いた道のりを求めよ。

5. ★★難易度3ランクの問題(2002年青雲高校入試問題です。)

右の図のように、円Oが3つの直線AB,BC,ACに接している。

AB,ACと円Oとの接点をそれぞれP,Qとし、 $AB=c$ 、 $BC=a$ 、

$AC=b$ とすると、APの長さをa, b, cを用いて表せ。



6. 難易度3ランクの問題(2002年市川高校入試問題、基本的問題です。)

次の図①、②の黒点は円周を12等分した点である。次の問に答えよ。

1) ★★図①の $\angle x$ の大きさを求めよ。

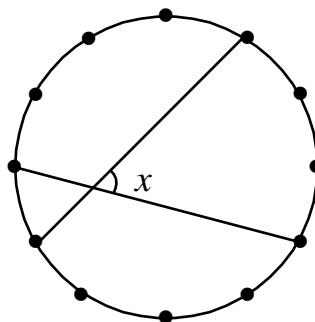
2) ★★図②において、ある2つの点を通るような直線1をひく、

さらにそれとは別の2点を、結んだ直線が1と交わるように

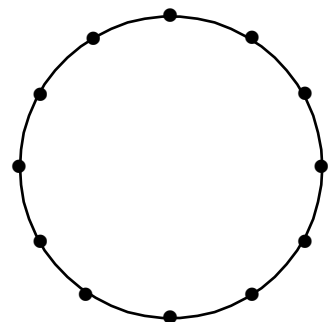
選び、その直線を2とする。このとき1, と2が作る角のうち、

小さい方から3番目の角は何度か。

図①



図②



問題の解き方と復習のポイント

1. 1) 素直に考えましょう。X円の商品にx%の利益を見込んで売れる個数をY個とすると、売上金額は?、儲けは?

$$X \left(1 + \frac{x}{100}\right) 0.9Y = XY + XY \frac{12.5}{100}$$

両辺をXYで割ると $0.9 + \frac{9x}{100} = 1 + \frac{12.5}{100}$ 、両辺に100をかけると、

$$90 + 9x = 100 + 12.5, \quad 9x = 22.5, \quad x = 25\%$$

2) 2けたの数: $N = 10x + y$

$$2x(10x + y) = 100a + 10a + a = 111a$$

$20x^2 + 2xy = 111a$ 順番に考えましょう。 $20x^2 + 2xy$ は偶数である。

x = 1の場合、yが何であろうと3けたの数にはならない。

x = 2の場合 3けたの数にはなるが200以下で偶数にはならない。

x = 3の場合 $180 + 6y$ は $y = 7$ の場合222となり、題意に合致する。

x = 4の場合 $20x^2 = 320$ yがどんな値であっても

$2xy \leq 100$ 、で偶数だから444、333ではない。

x = 5の場合 $20x^2 = 500$ yがどんな値であっても

$2xy \leq 100$ 、で偶数だから555、666ではない。

x = 6の場合 $20x^2 = 720$ yがどんな値であっても

$2xy \leq 200$ 、で偶数だから777、888ではない。

x = 7の場合 $20x^2 = 980$ yがどんな値であっても

$2xy \leq 200$ 、で偶数だから999ではない。

x = 8の場合 4桁になり、解でない。

2. 1) $x * 2x = -1$ 、 $x + 2x + 2x^2 + 1 = 0$ 、 $2x^2 + 3x + 1 = 0$

$$(2x + 1)(x + 1) = 0 \text{ から } x = -\frac{1}{2}, \text{ or } -1$$

2) $a * x = a$ 、 $a + x + ax = a$ 、 $x(1 + a) = 0$ 、aがすべての数で前の式が成立つには $x = 0$ である。

3. 1) $y = \frac{16}{x}$ 、xyが同じ値は $x = y = \pm 4$

2) $y = \frac{a}{x}$ 、 $\frac{125}{100}y \times \frac{100}{125}x = a$ 、だから $\frac{100}{125} = 0.8$ xは20%減少

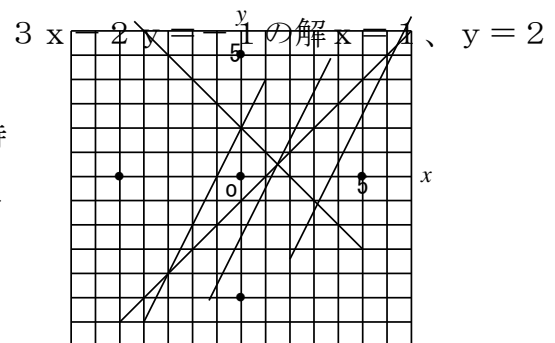
$$3) y = \frac{240}{x}$$

4) 交点が1つということ。解が同じ。 $x + y = 3$ 、 $3x - 2y = 5$ の解 $x = 1$ 、 $y = 2$
 $ax - y + 4 = 0$ に代入、 $a - 2 + 4 = 0$ 、 $a = -2$

5) 2直線のグラフをかいてみよう。三角形のできない時

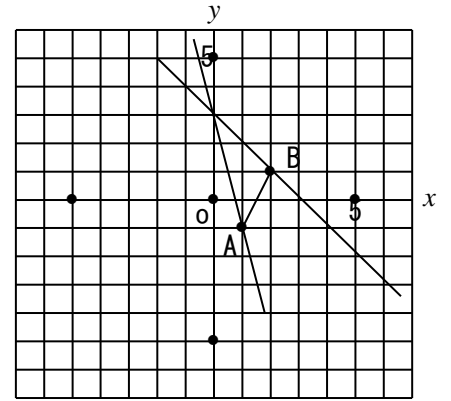
は3つの交点と同じ時だけ。2つの解は $x = \frac{3}{2}$ 、 $y = \frac{1}{2}$ を

$$y = 2x + a \text{ に代入 } a = -\frac{5}{2}$$



6) 簡単にグラフを書いてみましょう。

線分 A, B と共有点を持つということは (図参照)
 直線 $ax - y + 3 = 0$ が線分 AB と交わるということ
 限界点は $y = -x + 3$ 、 $y = -4x + 3$ である。
 $-4 \leq a \leq -1$ の範囲である。



4. 1)
$$\begin{cases} 16x + 4y = 30 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

2) 歩いた距離は $\frac{3}{2} \times 4 = 6 \text{ km}$

5. 図参照 $AP = AQ$ 、 $d + e = a$

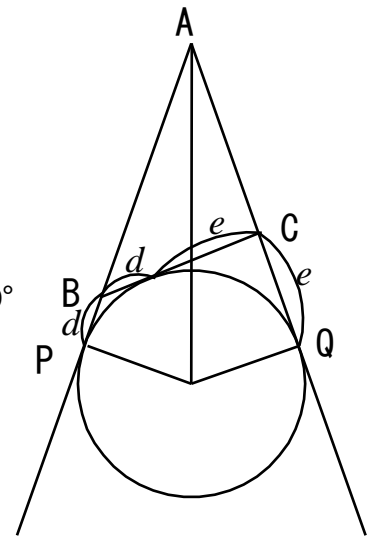
$$AP = \frac{a + b + c}{2}$$

6. 1) 弧 AB の円周角 a 、弧 CD の円周角 b 、 $x = a + b$ である。

弧 AB の中心角 $= \frac{360}{12} = 30$ 、円周角 $= 15^\circ$

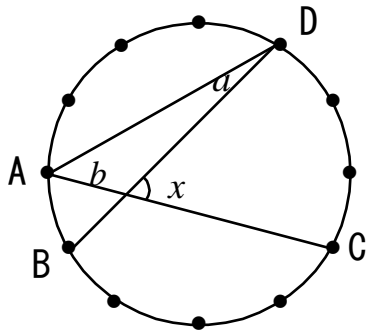
弧 AB の中心角 $= 3 \times \frac{360}{12} = 90$ 、円周角 $= 45^\circ$ 、 $x = 60^\circ$

- 2) 直線 1、2 のなす角の最小値は 30° (合計弧の個数 2)
 2 番目は 45° (合計弧の個数 3)
 3 番目は 60° (合計弧の個数 4)



答 60°

図①



図②

