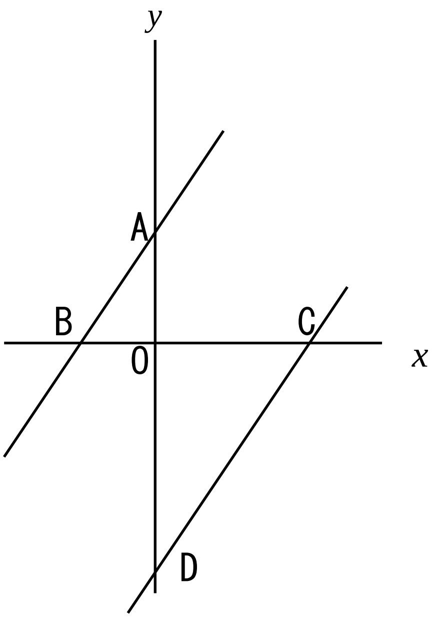
中学生向け数学　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　　　　学年　氏名
（問題が　Ｇ：良い、Ａ：基本、Ｄ：よく出る、Ｓ：新規性、$\boxed{\text{Ｈ：高水準}}$、Ｆ：標準的）
★（４０点必須）、★★（６０点必須）、（７５点必須）
★★★１１８ｈ０６０９１９二等分　　２００５年立教新座高校　　　難易度４
（　１），２）問題は確実に稼ぐこと）３）は難問です。
できなくても仕方ない、できれば大変優秀です。

図のように、３点Ａ（０，３）Ｂ（－２，０）Ｃ（４，０）がある。また、直線ＡＢに平行で点Ｃを通る直線とｙ軸との交点をＤとするとき、次の問に答えよ。



１）★点Ｄのｙ座標を求めよ。
２）★★四角形ＡＢＤＣの面積を求めよ。
３）★★★直線ｙ＝－３ｘ＋ｋが四角形ＡＢＤＣを二等分するとき、ｋの値を求めよ。

問題の解き方と復習のポイント

1）ＡＢを通る直線の式は　　傾き$\frac{3}{2}$、切片３だから

$y=\frac{3}{2}x+3$

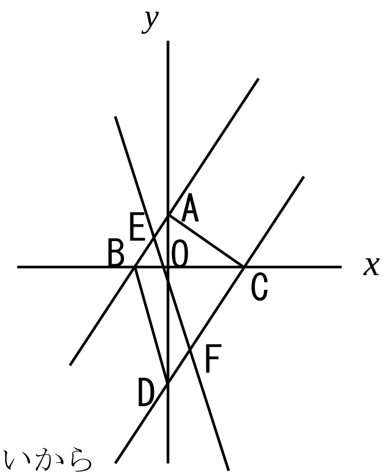
ＣＤの式は$y=\frac{3}{2}x+b$で（４，０）を通るから

$0=6+b$　　　$b=-6$

Ｄのｙ座標－６

2）　ＡＤの長さは９、

四角形ＡＢＤＣの面積＝$9\times(2+4)\times\frac{1}{2}=27$である。



3）右図参照

直線ＡＢと$y=-3x+k$の交点をＥ、

直線ＣＤと$y=-3x+k$の交点をＦとすると

台形ＡＢＤＣを２等分するには　　上底＋下底の大きさが等しいから

ＡＥ＋ＣＦ＝ＢＥ＋ＤＦになる

点Ｅの座標は$y=-3x+k$と$y=\frac{3}{2}x+3$の交点　　　$x=\frac{2k-6}{9}$

点Ｆの座標は$y=-3x+k$と$y=\frac{3}{2}x-6$の交点　　　$x=\frac{2k+12}{9}$

$4-\left(\frac{2k+12}{9}\right)+0-\left(\frac{2k-6}{9}\right)=\frac{4+2}{2}=3$になればよい

$k=\frac{3}{4}$

面積で出す方法、平行四辺形をつくって解く方法もあるがどちらも
大変計算がややこしい
他に良い解き方もあるだろうが思いつかない。良い方法があれば
教えてください。

別解　$y=-3x+k$はBDに平行である。故に四角形BDFEは平行四辺形である。

ＢＥ＝ＤＦまたＡＢ//ＣＤだからＡＢ：ＣＤ＝１：２

ＢＥ＝a、ＡＥ＝ｂとすればＣＤ＝$2a+2b$またDF=ａだから

ＢＥ＋DF=$2a=b+2a+2b-a=3b+a$が成り立つ

$a=3b$　　Eのｘ座標は$-\frac{1}{2}$

直線ＡＢは$y=\frac{3}{2}x+3$であるから　Eのｙ座標$\frac{9}{4}$

Ｅ$\left(-\frac{1}{2},\frac{9}{4}\right)$を通り傾き－３の直線は

$y=-3x+k$　　$\frac{9}{4}=-3\left(-\frac{1}{2}\right)+k$

$k=\frac{9}{4}-\frac{6}{4}=\frac{3}{4}$　　である。