

(各学年で学ぶ項目はすべてその学年に含まれます。)

問題先頭の丸文字は問題を解ける学年を示す

② (後) 5. 2001年福岡県の入試問題 難易度3

★ (40点必須)、★★ (60点必須)、★★★ (75点必須)

206g0112190928hukuohis

AB = 9 cm、AD = 8 cmの長方形

ABCDがある。右の図のように、

辺BCの延長線上にBC : CP = 2 : 1

となる点Pをとり、点Aと点Pを結び、

線分APと辺CDの交点をQとする。

また、辺BC上に∠AQR = 90°

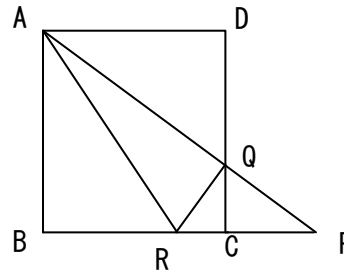
となるような点Rをとり、点Aと点Rを

結ぶ。次の1)は指示にしたがって答え、

2)はに 中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。

1) ★★上図において、相似な三角形を1つ選び。その2つの三角形が相似であることを証明せよ。

2) ★★△CPQの面積は△APRの面積の 倍である。



問題の解き方と復習のポイント

1) $\triangle ADQ$ と $\triangle PCQ$ において

$$\angle DQA = \angle CQP \text{ (対頂角)} \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\angle ADQ = \angle PCQ = 90^\circ \text{ (長方形)} \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より2角が等しいので $\triangle ADQ \sim \triangle PCQ$ である。

2) $\triangle ADQ$ と $\triangle QCR$ $\angle DQA + \angle DQR = 90^\circ$ 、 $\angle QAD + \angle DQA = 90^\circ$

から $\angle QAD = \angle QCR$ 、また、 $\angle CQR + \angle CRQ = 90^\circ$ $\angle DQA = \angle CRQ$ となり

$$\triangle ADQ \sim \triangle QCR$$

$$AD : CP = 2 : 1 \text{ より } AQ : QP = 2 : 1, \quad \text{また、} DQ : QC = 2 : 1$$

$$\text{より } QC = 3 \text{ cm} \quad 8 : 6 = 3 : x \quad x = 18 / 8 = 9 / 4$$

$$CR = 9 / 4, CP = 4 \quad CP : CR = 9 / 4 : 16 / 4 = 9 : 16$$

$$\triangle QRC : \triangle CPQ = 9 : 16$$

$$\triangle ARP : \triangle PQR = 3 : 1$$

$$\triangle ARP : \triangle CPQ = 3 : 1 \times 16 / 25 = 75 : 16$$

$\triangle CPQ$ は $\triangle ARP$ の $16 / 75$ 倍である。

別解

$$CR = \frac{9}{4} \quad \text{以降}$$

$$\triangle CQR \text{ の面積} = 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$\triangle APR \text{ の面積} = \left(4 + \frac{9}{4}\right) \times 9 \times \frac{1}{2} = \frac{16 + 9}{4} \times 9 \times \frac{1}{2} = \frac{25 \times 9}{8} = \frac{225}{8}$$

$$\text{故に } 6 \div \frac{225}{8} = 6 \times \frac{8}{225} = \frac{2 \times 8}{75} = \frac{16}{75}$$

$\triangle CQR$ の面積は $\triangle APR$ の面積の $\frac{16}{75}$ 倍である。