中学生向け数学　　　　　　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　　　学年　氏名

（問題先頭の丸文字は問題を解ける学年を示し各学年で学ぶ項目は全てその学年に含ます。）

　③：(問題が　$\boxed{\text{G：良い}}$、A：基本、D：代表的、S：新規性、H：高水準、F：標準的)

★（４０点必須)、★★（６０点必須）★★★（７５点必須）

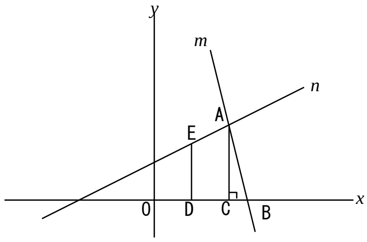
１１７ｇ０１０１２３ｗａｓｅｄａｋｖ　　２００１年早稲田　　難易度４

下の図において、直線ｎの式は　$y=\frac{1}{2}x+2$、直線ｍは

　$y=-4x+20$である。直線ｎと直線ｍとの交点を

A，直線ｍとｘ軸の交点をB，、点Aを通り、ｘ軸に

垂直な直線とｘ軸の交点をCとする。



１）★点A，点B、点Cの座標を

　　それぞれ求めよ。

２）★★以下は３年生のみ解けます。

　線分ＯＣ上に点Ｄ（ａ、０）を

　とり、点Ｄを 通り、ｘ軸に垂直な

　直線と直線ｎと交点をＥとする。台形ＡＣＤＥの面積と

　△ＡＢＣの　面積との比が４：１となるときのａの値を求めよ。

３）★★さらに、Ｄのｘ座標が２）で求めたａの値のとき、

　台形ＡＣＤＥをｘ軸の まわりに１回転してできる立体の

　体積を求めよ。ただし、円周率にはπを用いよ。

問題の解き方と復習のポイント

ポイント＝交点の座標は連立方程式の解である。

１）　ｙ＝$\frac{1}{2}$ｘ＋２

　　ｙ＝－４ｘ＋２０、$\frac{1}{2}$ｘ＋２＝－４ｘ＋２０　、$\frac{9}{2}$ｘ＝１８、　ｘ＝４、　ｙ＝４

　Ａ（４，４）、Ｂ＝（５，０）、Ｃ（４，０）

２）Ｅの座標を求める。

　ｘ＝ａ、ｙ＝$\frac{1}{2}$ｘ＋２、ｙ＝$\frac{1}{2}$ａ＋２

　台形の面積＝$\dfrac{\frac{1}{2}a+2+4}{2}$（４－ａ）＝$1\times4\times\frac{1}{2}\times4$

　（$\frac{1}{2}$ａ＋６）（４－ａ）＝１６、

　（ａ＋１２）（４－ａ）＝３２

　　４８－８ａ－a^2＝３２、　　８ａ＋a^2－１６＝０、

　　a^2＋８ａ＋１６＝１６＋１６＝３２

　　$(a+4)^2$　＝３２　　　ａ＋４＝$\pm4\sqrt{2}$

　　ａ＞０から　ａ＝$4\sqrt{2}-4$

３）直線ｎのｘ軸との交点をＦとしその座標を求める。

　ｙ＝$\frac{1}{2}$ｘ＋２、ｙ＝０、－２＝$\frac{1}{2}$ｘ、ｘ＝－４

　ＦＣ＝８、

　　円すいＦＡＢの体積＝$4\times4\times\pi\times8\times\frac{1}{3}$

　　円すいＦＤＣの体積＝$4\times4\times\pi\times8\times\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{32\sqrt{2}}{3}\times\pi$

　　求める立体の体積＝$4\times4\times\pi\times8\times\frac{1}{3}-\frac{32\sqrt{2}}{3}\times\pi=\frac{128-32\sqrt{2}}{3}\pi$