中学生向け数学　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　　　学年　氏名

（問題先頭の丸文字は問題を解ける学年を示し各学年で学ぶ項目は全てその学年に含ます。）

③：(問題が　$\boxed{\text{Ｇ：良い}}$、Ａ：基本、Ｄ：代表的、Ｓ：新規性、Ｈ：高水準、Ｆ：標準的)

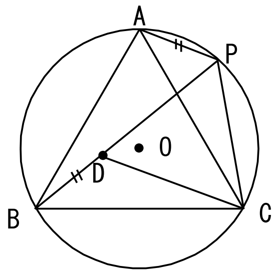
★（４０点必須)、★★（６０点必須)、★★★（７５点必須)

２４６ｇ０２０１２８高専ｓ３ｍｌ　２００１年　国立高専　難易度３

右の図のように、正三角形ＡＢＣが円Ｏに内接している。

頂点Ｂを含まない弧ＡＣ上に点Ｐをとるとき、

次の問に答えよ。



１）★★ＢＰ上に点ＤをＢＤ＝ＡＰとなるように
とる。　このとき、ＣＤ＝ＣＰであることを
証明せよ。

２）★★ＡＰ＝ｘｃｍ、ＣＰ＝ｙｃｍとするとき、
ＢＰの長さを求めよ。

３）★★正三角形ＡＢＣの１辺の長さをａｃｍとする。
Ｐが弧ＡＣ上を動くとき、ＡＰ＋ＣＰの長さの
最大値を求めよ。

問題の解き方と復習のポイント

キーワード＝正三角形

キーワード＝弦の最長＝直径

隠れた言葉＝合同、円周角

１）　△ＡＰＣと△ＢＤＣにおいて、

ＡＣ＝ＢＣ（正三角形の１辺)・・・①

ＡＰ＝ＢＤ（仮定)・・・②

∠ＰＡＣ＝∠ＰＤＣ＝∠ＤＢＣ（同一弧上の円周角)・・・③

①、②、③より、２辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ ＡＰＣ≡△ＢＤＣである。

合同なる三角形の対応する辺の長さは等しいので

ＣＤ＝ＰＣである。

２）∠ＢＡＣ＝∠ＢＰＣ＝60°（同一弧上の円周角）

△ＣＰＤはＣＤ＝ＰＣから二等辺三角形である。即ち底角が６０°

の二等辺三角形ということは正三角形ということである。ＰＣ＝ＣＤ＝ＰＤ

ＢＰ＝ＡＤ＋ＰＣに等しいのでＢＰ＝ｘ＋ｙである。

３）２）よりＡＰ＋ＣＰは点Ｂから弧ＡＣまでの距離である。

最大に長い線分はＢと中心Ｏを通る線分である。

円の半径は$\frac{1}{2}a\sqrt{3}\times\frac{2}{3}$である。すなわち、$\frac{\sqrt{3}}{3}a$

ＢＰの最大値は直径の$\frac{2\sqrt{3}}{3}a$（ｃｍ）である。