中学生向け数学　　　　　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　　学年　氏名

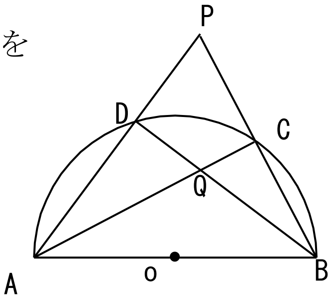
（問題先頭の丸文字は問題を解ける学年を示し各学年で学ぶ項目は全てその学年に含ます。）

③：(問題が　$\boxed{\text{G：良い}}$、Ａ：基本、Ｄ：代表的、Ｓ：新規性、Ｈ：高水準、Ｆ：標準的)

★（４０点必須)、★★（６０点必須)、★★★（７５点必須)

２４６ｇ０２０２２６秋田ｈｉｅｓ　　２００２年秋田県　　難易度３

右の図は、線分ＡＢを直径とする半円の円周上に弧ＢＣ＝弧ＣＤとなる点Ｃ，Ｄをとり、線分ＡＤとＢＣの延長線の交点をＰ,線分ＡＣとＢＤの交点をＱとしたものである。次の問に答えよ。



１）★（難易度２）

△ＡＢＣ≡△ＡＰＣであることを証明せよ。

２）★★★（難易度３）

線分ＤＡとＤＢの長さの比が３：４のとき、△ＰＡＢと四角形ＰＤＱＣの面積の比を求めよ。

問題の解き方と復習のポイント

ポイント＝合同条件＝一辺と両端の角、二辺と間の角、三辺がそれぞれ等しい。

隠れた言葉＝長さ＝相似比、合同、三平方の定理

１）△ＡＢＣと△ＡＰＣにおいて、

ＡＣ=ＡＣ（共通）・・・・①

∠ＢＡＣ=∠ＰＡＣ（仮定）・・・・②

∠ＢＣＡ＝９０°＝∠ＰＣＡ（直径上の円周角）・・・③

①、②、③より、１辺と両端の角が等しいので

△ＡＢＣ≡△ＡＰＣ

２）ＡＤ：ＤＢ=３：４とすれば、ＡＢは５となる。

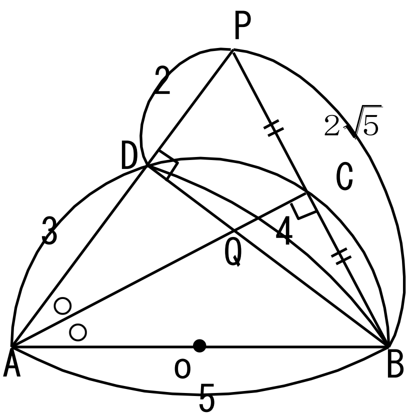
１）からＡＢ=ＡＰ＝５

△ＰＡＢの面積＝$5 \times 4 \times \frac{1}{2} = 10$

ＰＤ＝５－３＝２

三平方の定理から

ＰＢ＝$\sqrt{2^2+4^2} = 2\sqrt{5}$、　ＢＣ＝$\sqrt{5}$



△ＰＢＤと△ＱＢＣにおいて

∠ＰＢＤ＝∠ＱＢＣ（共通）

∠ＰＤＢ＝∠ＱＤＢ＝９０°（直径上の円周角）

△ＰＢＤ∽△ＱＢＣ

相似比　$4 : \sqrt{5}$　であるので

△ＰＢＤ：△ＱＢＣ＝１６：５

四角形ＰＤＱＣ＝△ＰＢＤ－△ＱＢＣ

$= 4 - 4 \times \frac{5}{16} = \frac{16-5}{4} = \frac{11}{4}$

△ＰＡＢの面積：四角形ＰＤＱＣ

$= 10 : \frac{11}{4} = 40 : 11$