中学生向け数学　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　　　学年　氏名

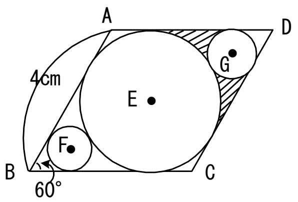
（問題先頭の丸文字は問題を解ける学年を示し各学年で学ぶ項目は全てその学年に含ます。）

③：(問題が　$\boxed{\text{G：良い}}$、A：基本、D：代表的、S：新規性、H：高水準、F：標準的)

★（４０点必須)、★★（６０点必須）★★★（７５点必須）

２４７ｇ０２０２２０ｈｓｅｂｍｌ　　　　　　　　難易度４

右の図は、∠ABC＝６０°で１辺４ｃｍのひし形である。
円Eは４つの辺に接し、円F、Gは２辺および
円Eに接している。このとき、次の問に答えよ。



１）★円Eの半径を求めよ。

２）★★円Gの面積を求めよ。

３）★★★斜線の部分の面積を求めよ。

問題の解き方と復習のポイント

キーワード＝ひし形＝正三角形＝特別三角形（３０－６０－９０）

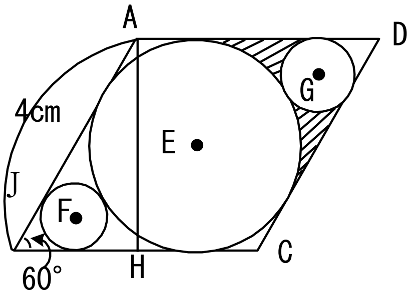
ポイント＝長さ＝相似比、合同、三平方の定理

１）ＡからＢＣに垂線をおろしＢＣとの交点をＨとする。

△ＡＢＨは６０°、３０°、９０°の特殊三角形である。

ＡＢ＝４ｃｍ、だからＡＨは$2\sqrt{3}$ｃｍである。

Ｅの半径は$\sqrt{3}$ｃｍである。



２）Ｅ，ＧからＡＣに垂線をおろし、ＡＣとの交点をＩ，Ｊとする。ＥＩ//ＧＪ、△ＥＤＩ∽△ＦＤＪである。

また、△ＥＢＩ、△ＦＢＪは３０°、６０°、９０°の特殊直角三角形である。ＥＩ＝$\sqrt{3}$だからＥＤ＝$2\sqrt{3}$

Ｇの半径を a とすればＧＤ＝ $2a$

ＥＤ＝$2\sqrt{3}=\sqrt{3}+3a$ から

$a=\frac{\sqrt{3}}{3}$，　円Ｇの面積は＝π　$(\frac{\sqrt{3}}{3})^2=\frac{1}{3}\pi$ ｃｍ^{2}である。

３）ＩＤ＝３ｃｍ、上より、ＩＥ：ＪＧ＝１：３、ＩＪ＝$\frac{3}{4}\times3=\frac{9}{4}$

台形ＪＧＥＦの面積は$\frac{\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}}{2}\times\frac{9}{4}=\frac{4\sqrt{3}}{6}\times\frac{9}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

斜線の部分の体積は＝２ $\{\frac{3\sqrt{3}}{2}-(\frac{\sqrt{3}}{3})^2\times\pi\times\frac{2}{3}-(\sqrt{3})^2\times\pi\times\frac{1}{6}\}$

整理すると２ $\{\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{2}{9}\pi-\frac{1}{2}\pi\}=3\sqrt{3}-\frac{13\pi}{9}$

答 $3\sqrt{3}-\frac{13\pi}{9}$ ｃｍ^2