中学生向け数学　　　　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　　学年　氏名

（問題先頭の丸文字は問題を解ける学年を示し各学年で学ぶ項目は全てその学年に含ます。）

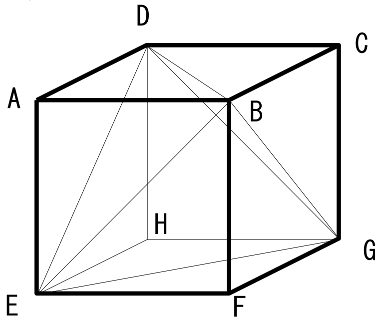
③：(問題が　Ｇ：良い、Ａ：基本、Ｄ：代表的、Ｓ：新規性、Ｈ：高水準、Ｆ：標準的)

★（４０点必須)、★★（６０点必須）★★★（７５点必須)

２５６ｇｇ０２０２１８ｈｉｂｉｙａ１６ｋｖ　２００１年　日比谷　　難易度３

下の図１に示した立体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨは立方体である。点Ｐは辺ＡＥ上にあり、頂点Ａ，Ｅとは異なる点である。また、４つの頂点Ｂ，Ｄ，Ｅ，Ｆをそれぞれ結び、四面体Ｂ－ＤＥＧを考える。　次の問に答えよ。

図1



１）★★立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨの１辺の長さをａｃｍとする。

四面体Ｂ－ＤＥＧの体積をＶｃｍ^2　とするとき、

Ｖをａを用いた式で表せ。

２）立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨの１辺の長さを６ｃｍとする。

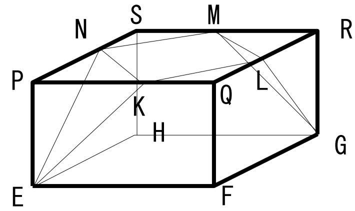
図２は図１において、点Ｐを通り面ＥＦＧＨに平行な平面で立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨを切った場合を示している

立方体の切口は正方形ＰＱＲＳであり、四面体Ｂ－ＤＥＧの切口は四角形ＫＬＭＮである。

（１）★★線分ＰＥの長さをｘｃｍ、△ＰＥＫの面積をｙｃｍ^{2}とする。

ｙをｘの式で表せ。また、台形ＫＥＦＱの面積が１０ｃｍ^{2}であるとき、線分ＰＥの長さを求めよ。ただし、答だけでなく、答を求める過程が分るように、途中の式や計算もかけ。

図2



（２）★★★辺ＡＥ上の点Ｐが、頂点Ａ，Ｅと異なるどの位置にあっても、四角形ＫＬＭＮの周の長さは常に同じ長さであることを証明せよ。

また、四角形ＫＬＭＮの周の長さは何ｃｍか。ただし、答に根号が含まれるときは、根号をつけたままでよい。

問題の解き方と復習のポイント

ポイント＝隠れた言葉＝特別三角形（４５－４５－９０）

１）立方体の体積＝a^3

立方体から切取る立体の体積は $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}a^3\cdot 4=\frac{2}{3}\cdot a^3$

四面体の体積＝$a^3-\frac{2}{3}\cdot a^3=\frac{1}{3}a^3$

２）（１）ＰＥ＝ｘとするとＰＫ＝ｘである。

△ＰＥＫの面積＝　$y=\frac{1}{2}x^2$

台形の面積＝$6x-\frac{1}{2}x^2=10$、$12x-x^2=20$

$x^2-12x+20=0$、$(x-10)\cdot(x-2)=0$

$x<6$だから　$x=2$

（２）ＬＱをｘ、ＬＲ＝ｙとすると、ＱＫもｘ、ＰＫ＝ｙ、ＰＮ＝ｙ

右図のようになる。

$x+y=6$、

周の長さ＝$2\sqrt{2}(x+y)=2\sqrt{2}\times 6=12\sqrt{2}$

位置xに関係なく一定である。