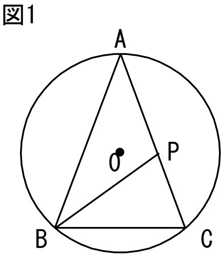
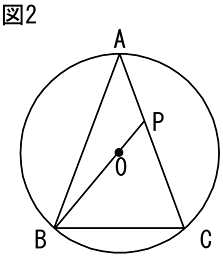
中学生向け数学　　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　学年　氏名
（問題先頭の丸文字は問題を解ける学年を示し各学年で学ぶ項目は全てその学年に含ます。）
2002年東京都入学試験問題　　難易度3
（問題が　G：良い、A：基本、D：代表的、S：新規性、H：高水準、$\boxed{\text{F：標準的}}$）
★（40点必須）、★★（60点必須）、★★★（75点必須）
③：225f020318tokyo04esjhi

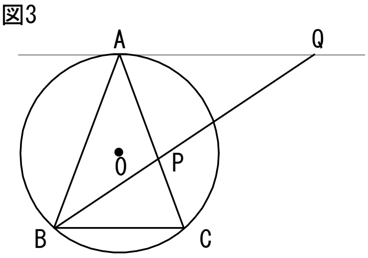
右の図1で、△ABCは円に内接する。
AB＝ACの二等辺三角形である。
点Pは、△ABCの辺AC上にある点で、頂点A、Cのいずれにも一致しない。頂点Bと点Pを結ぶ。
次の問に答えよ。

図1


1）★右の図2は、図1において、線分BPが円Oの中心を通る場合を表している。
∠ABP＝23°　のとき、∠ABCの大きさを求めよ。

図2


2）右の図3は、図1において、点Aにおける円Oの接線と線分BPをPの方向に延ばした直線との交点をQとした場合を表している。
次の（1）、（2）の問に答えよ。
（1）★△PAQ∽△PCBであることを証明せよ。
（2）★★AB＝5cm、BC＝4cm、AP＝3cmのとき、辺AQの長さを求めよ。

図3


問題の解き方と復習のポイント

1)∠OBA＝24°

∠OAB＝∠OBA

∠ABC＝∠ACB(二等辺三角形の底角)

∠OBC＝∠OCB(OB＝OC半径)

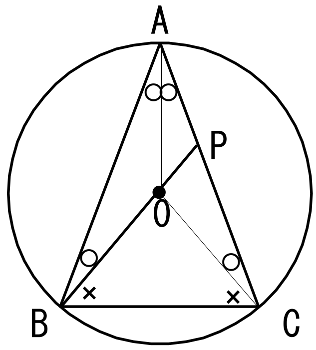
ゆえに∠OCA＝∠OBA

∠OCA＝∠OAC

∠OBA＝∠OAB＝∠OAC

∠BAC＝48°

図2



2)(1)

∠ACB＝∠ABC(△ABCは二等辺三角形)

∠ABC＝∠CAQ(接弦定理)

(または、直線AOとBCの交点をHとすると、∠OAQ＝90°

∠AHC＝90° からAQ//BCである。)

上2つより、∠ACB＝∠CAQ

AQ//BC(錯角が等しいので)である。

△PAQと△PCBにおいて

∠APQ＝∠CPB(対頂角)・・・・①

∠QAP＝∠BCB(錯角)・・・・②

①、②より 2 組の角がそれぞれ等しいので

△PAQ∽△PCBである。

(2)AP＝3cm、AB＝5cmからPC＝2cm

(1)の相似からAQ:BC＝AP:PC

AQ:4＝3:2　　　2×AQ＝4×3

AQ＝6cm　　　答6cm

図3