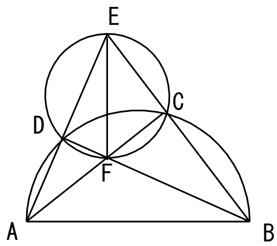
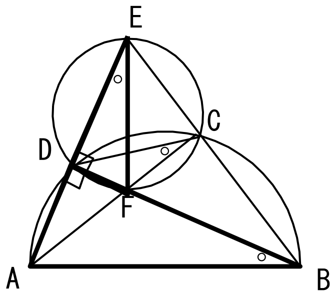
中学生向け数学　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　　学年　氏名
（問題先頭の丸文字は問題を解ける学年を示し各学年で学ぶ項目は全てその学年に含ます。）
③：(問題が　$\boxed{\text{Ｇ：良い}}$、Ａ：基本、Ｄ：代表的、Ｓ：新規性、Ｈ：高水準、Ｆ：標準的）
★（４０点必須)、★★（６０点必須)、★★★（７５点必須)
２４６ｇ０２０３２７ｈｕｋｕｉｅｓｊｈｉ　福井　難易度３

図のように、ＡＢを直径とする半円がある。
その周上を異なる２点Ｃ，Ｄをとり、
直線ＡＤと直線ＢＣの交点をＥ、直線ＡＣ
と直線ＢＤの交点をＦとする。このとき、
４点Ｃ，Ｅ，Ｄ，Ｆは同じ円周上にある。



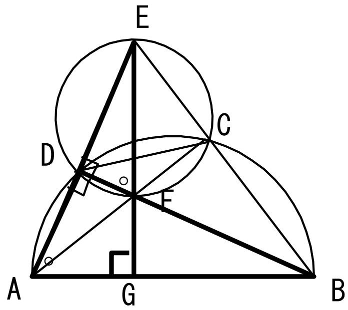
次の問に答えよ。
１）★★△ＡＢＤ∽△ＦＥＤであることを証明せよ。
２）ＡＢ＝ＢＥ＝５ｃｍ、ＡＥ＝４ｃｍとする。
（１）★★ＥＦの長さを求めよ。
（２）★★△ＡＢＦの面積を求めよ。

問題の解き方と復習のポイント
キーワード＝同一円周上＝円周角
キーワード＝相似＝比
隠れた言葉＝長さ＝相似比、合同、三平方の定理
１）相似の問題ではまず２角が等しいを探しましょう。



△ＡＢＤと△ＦＥＤにおいて、
∠ＢＤＡ＝９０°（ＡＢ直径上の円周角）＝∠ＥＤＦ・・・①
∠ＤＢＡ＝∠ＤＣＦ（同一弧上の円周角）
∠ＤＣＦ＝∠ＤＥＦ（同一弧上の円周角）
①、②より２組の角がそれぞれ等しいので
　△ＡＢＤ∽△ＦＥＤである。

２）（１）長さを求められた場合は相似比：三平方の定理を使おう。
仮定より△ＡＢＥは二等辺三角形より、△ＡＢＤ≡△ＥＢＤ
ＤＥ＝ＤＡ＝２ｃｍ
三平方の定理より



$$DB=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$$

１）の相似より、ＤＢ：ＤＥ＝ＢＥ：ＥＦ

$\sqrt{21}:2=5:EF$ が得られる。　　$EF=\dfrac{10}{\sqrt{21}}=\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$

（２）ＥＦを延長しＡＢとの交点をＧとすると、∠ＥＧＡ＝９０°
（△ＥＧＡにおいて１）より∠ＥＦＤ＝∠ＢＡＤ）
△ＡＥＧ∽△ＡＢＤ
ＡＥ：ＡＢ＝ＥＧ：ＢＤから

$4:5=EG:\sqrt{21}$　　$EG=\dfrac{4\times\sqrt{21}}{5}$

$$FG=\frac{4\times\sqrt{21}}{5}-\frac{10\sqrt{21}}{21}=\frac{(84-50)\sqrt{21}}{105}=\frac{34\sqrt{21}}{105}$$

$$\triangle ABF=\frac{34\sqrt{21}}{105}\times5\times\frac{1}{2}=\frac{17}{21}\sqrt{21}(\mathrm{cm}^2)$$

別解：ＤＦ：ＤＥ＝ＤＥ：ＤＢ

$$DF=\frac{2\times2}{\sqrt{21}}=\frac{4\sqrt{21}}{21}$$

$\triangle DFA=\dfrac{4\sqrt{21}}{21}\times2\times\dfrac{1}{2}$、$\triangle ADB=2\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{21}$

$$\triangle ABF=\sqrt{21}-\frac{4\sqrt{21}}{21}=\frac{17\sqrt{21}}{21}(\mathrm{cm}^2)$$