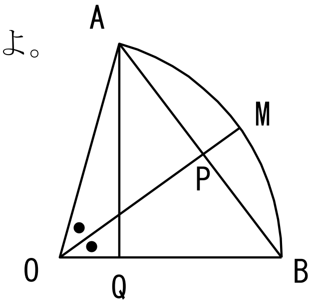
中学生向け数学　　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　　　学年　氏名
（問題が　Ｇ：良い、$\boxed{\text{Ａ：基本}}$、Ｄ：よく出る、Ｓ：新規性、Ｈ：高水準、Ｆ：標準的）
★（４０点必須）、★★（６０点必須）、★★★（７５点必須）
２４６ｇ０６０３２１証明特別三角形３・４・５　　　　難易度３

右の図のようなおうぎ形ＯＡＢがある。∠ＡＯＢの二等分線と弧ＡＢの交点をＭとし、ＡＢとＯＭの交点をＰとする。また、点ＡからＯＢにひいた垂線とＯＢの交点をＱとする。このとき、次の問に答えよ。



１）★★△ＯＡＰ∽△ＡＢＱであることを証明せよ。
２）ＯＡ＝５ｃｍ、ＯＰ＝４ｃｍ、のとき、
　次の（１）～（３）の問に答えよ。
　（１）★★ＡＢの長さを求めよ。
　（２）★★ＡＱの長さを求めよ。
　（３）★★△ＯＰＱの面積を求めよ。

問題の解き方と復習のポイント

ポイント＝相似条件＝９０％２組の角が等しい、２組の辺の比と間の角、３組辺の比

長さ＝相似比、合同、三平方の定理

１）△ＡＯＰと△ＢＯＰにおいて、

ＯＡ＝ＯＢ（半径）

ＯＰ＝ＯＰ（共通）

∠ＡＯＰ＝∠ＢＯＰ（二等分線）

以上より、△ＡＯＰ≡△ＢＯＰ

ゆえに∠ＯＰＢ＝９０°

△ＯＡＰと△ＡＢＱにおいて、

∠ＡＰＯ＝∠ＢＱＡ＝９０°・・・①

ＯＢ＝ＯＡなので∠ＯＡＰ＝∠ＱＢＡ・・・②

①、②より２つの角がそれぞれ等しいので、

△ＯＡＰ∽△ＡＢＱである。

２）

（１）ＯＡ＝５ｃｍ、ＯＰ＝４ｃｍより

三平方の定理より　ＡＰ＝３ｃｍ　　ゆえに６ｃｍ

（２）１）相似より、ＡＢ：ＡＱ＝５：４

$6:\mathrm{AQ}=5:4$　　　$\mathrm{AQ}=\frac{24}{5}\mathrm{cm}$

（３）ＰからＯＢに垂線をひき交点をＲとする。

$\mathrm{PR}=\frac{1}{2}\mathrm{AQ}=\frac{12}{5}\mathrm{cm}$

相似条件から　　$3:4=\mathrm{QB}:\frac{24}{5}$

$\mathrm{QB}=\frac{24\times 3}{5\times 4}=\frac{18}{5}\mathrm{cm}$

$\mathrm{OQ}=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}$

△ＯＰＱの面積$=\frac{7}{5}\times\frac{12}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{42}{25}\mathrm{cm}^2$