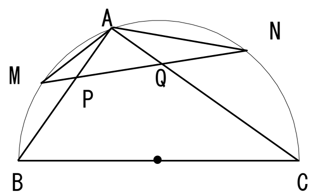
中学生向け数学　　　　　　　　　　　　　　　　　中学校　　　　　　　学年　氏名

（問題先頭の丸文字は問題を解ける学年を示し各学年で学ぶ項目は全てその学年に含ます。）

③：(問題が　G：良い、A：基本、D：代表的、S：新規性、$\boxed{\text{H：高水準}}$、F：標準的）

★（４０点必須)、★★（６０点必須）★★★（７５点必須）

２４７ｈ０１０３０7aikouｓｊｓｈｈｔｂｓａ　　２００1年　　難易度４



右の図のように、長さ１０ｃｍの線分ＢＣを直径とする半円周上に点Ａをとり、弧ＡＢ,弧ＡＣの中点をM, Nとする。また、MNとＡＢ,ＡＣの交点をそれぞれＰ，Ｑとするとき、次の問に答えよ。

１）★★∠ＭＡＮの大きさと線分MNの長さを求めよ。

２）★★△ＡMＰ∽△ＮＡＱであることを証明せよ。

３）★★★MＰ＝$\sqrt{2}$のとき、△ＡＰＱの面積を求めよ。

問題の解き方と復習のポイント

キーワード＝弧の中点

隠れた言葉＝特別三角形（４５－４５－９０）

ポイント＝長さ＝相似比、合同、三平方の定理

１）∠ＭＡＰ＝$\frac{1}{2}$∠ＡＣＢ　同様に

　∠ＮＡＱ＝$\frac{1}{2}$∠ＡＢＣ

　∠ＡＣＢ＋∠ＡＢＣ＝９０°から∠ＭＡＰ＋∠ＮＡＱ＝４５°

　∠ＭＡＮ＝９０＋４５＝１３５°

　円の中心をＯとした場合

　中心角と円周角の関係から

　∠ＭＯＮ＝３６０°－２７０°＝９０°

　△ＭＯＮは直角二等辺三角形である。半径が５ｃｍであるから

　ＭＮ＝$5\sqrt{2}$ｃｍである。

２）△ＡＭＰと△ＮＡＱにおいて、

　∠ＡＭＰ＝∠ＮＡＱ（弧ＡＮ，弧ＮＣの長さが等しい。同一長さの弧上の円周角）

　同様に

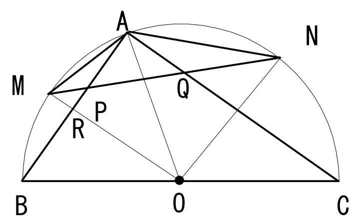
　∠ＡＭＰ＝∠ＡＮＱ（弧ＡＭ，弧ＭＢの長さが等しい。同一長さの弧上の円周角）

　２組の角がそれぞれ等しいので△ＡＭＰ∽△ＮＡＱである。

３）△ＯＭＮは直角二等辺三角形だから∠ＯＭＮ＝∠ＯＮＭ＝４５°

ＡＭ＝ＮＢから∠ＡＲＭ＝９０°

△ＭＰＲも直角二等辺三角形だから∠ＭＰＲ＝４５°



　△ＡＰＱは直角三角形で∠ＡＰＱ＝４５°だから

　△ＡＰＱも直角二等辺三角形

　ＭＰ＝$\sqrt{2}$から三平方の定理よりＭＲ＝ＰＲ＝１ｃｍ

　△ＡＯＲで三平方の定理からＡＲ＝３ｃｍ

　よってＡＰ＝２ｃｍＡＰ＝ＡＱから

　△ＡＰＲの面積は$2\times 2\times\frac{1}{2}$＝２ｃｍ^2