

17 「相対性理論」

相対性理論といっても、あまり関係ないと思っている人がほとんどだろう。実生活で相対性理論などという言葉は耳にすることがあまりないからだ。

言葉は知っていても、何故“相対性”なのかよくわからない。

相対性理論という中には、 $E = mc^2$ という式を知っている人がいると思う。物質とエネルギーに互換性があることを示す式だ。これが、太陽が出す熱や光の源、あるいは原子力発電のエネルギーになっていることを知れば、もはや自分にはあまり関係ないと言えなくなってくる。

原発のエネルギー源は、ウランが核分裂して別の原子核になるときに失う質量がエネルギーになったものである。ウラン 235 に中性子を作用させると、核分裂が起きて連鎖的に中性子が飛び出し他の元素に変わる。

1 kg のウラン 235 が核分裂すると 0.9 グラムの質量が失われ、代わりにエネルギーが発生する。そのとき発生するエネルギーは、質量 $0.9 \times 10^{-3} [\text{kg}] \times \text{光速} (3 \times 10^8 [\text{m/s}])^2 = (\text{発生熱量}) 8.1 \times 10^{13} \text{J}$ ジュール (= $1.95 \times 10^{10} \text{kcal}$) となる。ウラン 235 が 1kg 核分裂すると石油 2000 キロリットルの燃焼に相当するエネルギーを発生することに等しい。たった 0.9 グラムで莫大なエネルギーを発生する。

$E = mc^2$ は特殊相対性理論の有名な式であるが、相対性理論にはこれをさらに一般化した一般相対性理論がある。

我々の身近な例でいうと、カーナビに相対性理論が応用されている。だから、日常生活にも関係している。カーナビの理屈については後で書こうと思う。

スコットランドの科学者ジェームス・クラーク・マクスウェルは、電磁気に関する法則を集大成した 4 つの方程式から電磁波（電波）の存在を示した。

計算から得られたその速度が実験的に得られた光の速度と一致していたので、光も電磁波の一種であると予言した。

方程式から得られる真空中の電磁波の速度は、真空の透磁率 μ_0 [磁気の通しやすさ] ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{mc}^2$) と真空の誘電率 ϵ_0 [電気を溜めておく能力] ($\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-7}$) から決定される定数

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8 (\text{m/s}) \text{ 秒速 } 30 \text{ 万 km} = \text{光の速度である。}$$

これまで、物体の運動はニュートン力学、電磁波はマクスウェルの方程式によって表わされていた。しかし、ニュートン力学は、物体の速度が超高速になると誤差が生じるという問題があった。

アインシュタインは、それまで電磁波と考えられていた光に、波としてだけでなく粒子としての性質があることを仮定しなければ、光によるすべての現象を説明できないことに気付く。

光は干渉や回折など波としての性質の他に、物質に光が当たると電子が飛び出す光電効果という粒子としての性質も示す。

そして、光は電磁波であるから、光速は常に一定（定数）でなければならないはずである。

このことが“光速は常に変わらない”ことを基本原則とする相対性理論の生まれるきっかけとなった。

アインシュタインは宇宙の美しさ、威厳を表現する美しい方程式を見つけ、隠された神の意思を理解したいと真剣に願っていた。物体の運動（粒子としての光）と電磁波が本質的に同じものであり、それらを矛盾なく記述するための新しい理論の必要性から相対性理論を確立したのである。

特殊相対性理論は、光速不変の原理を基にし、一定速度で運動する物体から見た現象を述べた法則。一般相対性理論は、光速不変の原理を基にし、速度が変化する一般的な状態で運動する物体から見た現象を述べた法則である。従って、一般相対性理論の速度が変化しない場合が特殊相対性理論に相当する。

まず特殊相対性理論について。

光速不変の原理を基にすると、光の速度に近い超高速で動く宇宙船の中から見ても、光の速度 $c=3 \times 10^8$ (m/s) は変わらずに見えなければならない。そのためには、光よりも遅い宇宙船の中の時間は、速度＝距離/時間であるから、宇宙船の中の時間の進み方が遅くならなければならない。

これまで当然のように一定と考えていた、“長さ”や“時間”を絶対的なものではなく、どこから見るかによって異なる相対的なものと考えることが必要となる。

かくして、速度 v で動く物体から見た距離（空間）や時間は、静止しているときに比べて光の速度を c とすると、 $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ 倍に縮小し、動いている物体は逆に質量が増加することになる。

例えば、光速の半分で動く物体があるとすると、約 15% 短くなったり重くなったりする。

そして、 $E = mc^2$ は、質量変換の式 $m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ (m は動いている物体の質量、 m_0 は静止質量)

ニュートン力学における運動エネルギーの式 $E = \frac{1}{2}mv^2$ から導かれる。

次に一般相対性理論について。

特殊相対性理論は、一定速度で運動する物体から見た現象を述べたものであった。

一方一般相対性理論は、加速度が加わった運動する（速度が変化する）物体から見た現象を述べた法則である。物体が動くとき、一定速度であることは希で速度が変化するのが一般的である。

アインシュタインは、物理法則はどのような状態であっても同じ形であらわされなければならない、という基本的な考え方を貫くべきであると考えた。地上に立っている人にとっても、宇宙空間にいる人にとっても、超高速で動く宇宙船の中にいる人にとってもである。

その一貫性を保つために、「重力」と「加速度による力」を区別しない。つまりそれらを等価のもののみならず等価原理を導入した。エレベータに乗った時に感じる加速度（加速・減速）による力を重力と同じもの、（つまり見分けられないもの）と考えることにするわけだ。

この等価原理に基づき一般相対性理論では、質量ある物体は周囲の時空を歪ませるのだと解釈する。時空とは、3次元の空間に1次元の時間を加えた空間〔4次元空間＝我々が住む空間〕のことである。時空の歪みによって重力が生じる。すなわち重力の正体は時空の歪みであると考えられる。

時間と空間と物質は互いに独立したものではなく、お互いに関係し合って宇宙に時空が存在する。地球が太陽の周りを回るのは、太陽が引力で地球を引きつけているのではない。太陽が空間を曲げて、地球を太陽の方向に押し込んでいると考えるのである。

この理論は斬新でわかりにくく、なかなか理解されなかった。しかし、ついに皆既日食で一般相対性理論の正しいことが証明された。太陽の近傍を通る星の光の曲がり方が、ニュートン力学で予想されるものの2倍であることが観測により確認されたのである。

太陽のような、非常に重い物体の周囲の時空は歪んでいるため、光は直進せず曲がってしまう。実際の光は直進しているが、時空が曲がっているために曲がって進むように見える。この現象は重力レンズ効果といわれる。

時空の歪みによって光が曲がるのは、光が空中から水中に入る時に経路が曲がるのと同様の理屈による。光は最短時間で到達するために、異なる物質の境界で屈折して曲がるのである。光にとってはこれが直進していることになる。

ニュートン力学と電磁気学の矛盾から特殊相対性理論が生まれ、特殊相対性理論とニュートンの重力理論の矛盾から一般相対性理論が生まれることになった。

相対性理論が認められたことにより、ニュートンの万有引力の法則は全面的に変更されることとなったのである。

一般相対性理論を式で表すとこのとおり。これをアインシュタイン方程式(重力場の方程式)という。

$$\underline{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}} = \underline{\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}}$$

時空の曲がりを表す 物質のエネルギーと運動量を表す

ここで、 $R_{\mu\nu}$; 曲率テンソル、 R ; 曲率、 $g_{\mu\nu}$; 計量テンソル、 G ; 重力定数

c ; 光速、 $T_{\mu\nu}$; エネルギー・運動量テンソルを示す。

テンソルとはある位置において複数の成分を持つ量、例えば応力やひずみはテンソル量である。

$\mu\nu$ は“計量”と呼ぶ空間の歪みぐあいを表す4行4列の行列で、空間・時間の次元を表す0~3の4つの数字が入り16通りの膨大な組み合わせとなる。これを(クリストッフェルの記号) $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ で表す。

これは、物質があるとどれくらい空間が曲がるかを示す方程式である。いいかえると、まっすぐな時空における点が、曲がった時空ではどの位置になるかを計算する座標変換の式といえる。

その曲がった時空を進む質量 m の物体は、次の式によって定まる軌道に沿って進む。

$$F = m \left(\frac{d^2x}{dt^2} + \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \frac{dx_{\mu}}{dt} \frac{dx_{\nu}}{dt} \right) \quad \text{ここで、} \frac{d^2x}{dt^2} \text{ や } \frac{dx_{\mu}}{dt} \frac{dx_{\nu}}{dt} \text{ は加速度を意味する。}$$

この式で、第2項=0の場合がニュートンの運動方程式 $F = m \frac{d^2x}{dt^2}$

(F [力] = m [質量] \times a [加速度]) に相当する。

カーナビと相対性理論のかかわりについて知っておこう。

カーナビはGPS (Global Positioning System; 全地球測位システム) を利用している。

GPSはアメリカの衛星で、カーナビ以外にも船舶や航空機の運行、測量などに利用されている。

カーナビの原理は、衛星からの電波が地上の受信機に届くまでの時間から、衛星との距離を求めるものである。地上約2万kmを12時間で周回する衛星からの電波を受信し、その発信時刻と受信時刻の差から、受信機と衛星間の距離を計算する。

3つの衛星からの距離がわかれば、3点測量の原理で受信機の位置(緯度、経度、高度)が決められる。衛星は、経度60度ごと6つの軌道に各4機、合計24機配置されている。

カーナビとして実用レベルにするには、誤差を10m程度にする必要がある。この精度を達成するには衛星からの電波が受信機に届くまでの時間を、光が10mを進む時間以下の精度で決める必要がある。

光が10mを進む時間は30ナノ秒(1億分の3秒)である。衛星に積まれた原子時計は十分この精

度を達成しているが、車の受信機に積まれた時計は普通のクォーツ水晶時計なのでそれほど精度がよくない。そこで4つ目の衛星の電波を受信することで、受信機の時計を衛星に積まれた原子時計なみの精度にまで補正している。

GPSの精度向上にはいろいろな補正が必要である。たとえば地上100 kmから300 km程度のところには太陽からのX線などによって大気中の原子が電離した電離層がある。この電離層の中を電波が通過すると電波の速度が遅くなる。これがGPSに避けられない誤差（電波伝搬誤差：4 m程度）をもたらす。さらに受信機の雑音による受信誤差もある。日本では自国の衛星から、独自に補正情報を得られるようにして精度を高めている。

GPSは、地球から遠く離れ高速で運行している衛星からの電波によっているため、相対性理論による時間の遅れの修正を行わなければ、精度が悪くなってしまい使えない。

大きな影響を及ぼすものとしては、高速運行による時間の遅れと重力による時間の進みという相対論的効果である。

衛星は地球のまわりを秒速約4 kmで回っているなのでその時計は遅れる。（特殊相対性理論）また衛星の軌道である地上2万 kmでは、地上に比べて重力が弱いので、逆に地上に置いた時計より速く進む。（一般相対性理論）この2つの効果を合わせると、衛星に積まれた時計は、地上の時計に比べて1秒ごとに100億分の4.45秒速く進む。

従ってそのずれを修正するため、衛星の方で時刻を修正しその分だけ遅らせた信号を地上に送っている。そうしないと、そのズレは1日当たり38.6マイクロ秒にもなり、この間に電波は約11 kmも進んでしまう。1日放っておくと約11 kmもの誤差になってしまうのである。

実は、調べていくとこの説には異論も唱えられている。それは次のような内容だ。

『GPS衛星の原子時計を、特殊相対性理論の予測値と一般相対性理論の予測値で補正しているというのは間違っている。なぜなら、これらの理論は、一つの対象に対してどちらか一方しか適用できないからである。そこで、特殊相対性理論のほうを落とし、一般相対性理論について検討したところ、用いられたシュヴァルツシルト計量の式（ドイツの天文学者 シュヴァルツシルトが「回転、及び電荷を考慮しない重い球対称物体の外側」という条件でアインシュタイン方程式を解き一つの解を求めたもの）において、地球やGPS衛星の速度を0と置いた、高度差だけの予測値と、それらの速度値も考慮した予測値が計算されており、これらの数値の解釈が誤ってなされ、この差の効果が特殊相対性理論によるものと判断された可能性がある、、、、』

というものである。確かに、“一般”と“特殊”を同時に適用することはできないような気がする。

それでも現在使われているGPSの精度は非常に高く、実用上全く問題ないのだが真偽のほどは？

今日の物理学の多くの理論が、多数の人々によって積み重ねられた結果によるものがほとんどであるのに対して、相対性理論はアインシュタインただ一人の力によって生み出されたものである。認められるまでには多くの困難があった。

相対性理論が本当に正しいと認められるためには、実験によって証明されることが必要であった。

アインシュタインは、太陽の横を通過してくる光は地球に届くまでに曲がって来るため、太陽の後ろの星は地球から見ると広がって見えることになる。それが皆既日食の時に確認できるはずと考え、天文学者に観測を依頼する。

しかし、観測は地球規模のスケールでありとても困難なものであった。

観測技術の問題や第一次世界大戦による国家間の利害に阻まれるが、多くの苦難を乗り越え、観測データと計算結果がピタリと一致し、理論の正しいことが証明されたのは1, 922年、発表から6年後のことであった。

アインシュタインは1, 922年(43歳)にノーベル賞を受賞しているが、それは皮肉なことに「相対性理論」の成果に対するものではなく「光電効果」の発見に対してであった。

当時、相対性理論が「人類に大きな利益をもたらす研究」に値するかどうか、疑問視する意見もあった。それは彼がユダヤ人だったことと全く無縁とは言えないようだ。

相対性理論は難しく、当時その真価が本当に理解されたとは言えなかったのではないだろうか？

既にアインシュタインの名声は高まっており、当然ノーベル賞に値するというのが一般的認識だった。ノーベル賞委員会は、何とか彼に賞を与える必要があると判断。しかし、相対性理論では与えられないので、苦肉の策として光電効果に対して与えたのだと思われる。当時ノーベル賞の権威はまだ高くはなく、アインシュタインにノーベル賞を与えることにより逆に賞の権威を高める効果があったと言えなくもない。

重力は一般相対性理論で記述されると考えるのが現代の物理学である。ただ、日常的な事象についてはニュートン力学で充分足りることを忘れてはならない。

これより以降、レーザー光線、電気通信、衛星の時代が幕開けした。

一般相対性理論によって、太陽系の成り立ちや現在の地球の姿など、宇宙や太陽系に関し多くの謎が解明されている。

貧しい環境から身を起し、戦争の困難や民族の壁を乗り越え、知性の力と強い精神力により、人類史上最も偉大な人物の一人と、誰もが認める人となった。アインシュタインの方程式はシンプルで美しく、そして奥深い。(2011.05.30)