

96 「平均律」

“平均律”とは何だろう？ クラシック音楽に興味がある人ならわかるだろうが、それ以外の人には耳慣れない言葉かも知れない。この平均律は、数学と関わりがあるので私なりに書いてみたい。

平均律は、バロック時代の鍵盤楽器の発達とともに考えだされた音律（音階）で、ピアノの調律に用いられ、西洋音楽の標準音律とされている。平均律といえば、バッハの「平均律クラヴィーア曲集」が有名だ。

小泉文夫の『音楽の根源にあるもの』という本の中に、とても印象的な一文がある。

「音楽の中の文化」の章に、

明治以来日本は、ひたすら西洋に憧れて、自国の伝統は捨ててもいいから西洋に近づきたいと一生懸命真似をしてきた。その結果、日本音楽の良さがわからなくなってしまった。

日頃、日本語を喋って生活しているにもかかわらず、音楽の感覚だけは西洋風になる。その感覚で日本音楽を聴くため、日本音楽の美しさが理解できない。つまり生活と音楽が分離してしまった。

西洋の文化を理解することによって、自分たちが文化的に貧しくなったり、自分たちの感受性に“たが”をはめてしまう。タイ、マレーシア、インドネシア、フィリピンなどアジアの音楽には素晴らしいものがあるのに、日本人に聴かせると5分ともたない。つまらなくて辛抱できないのである。

アジアの音楽と日本音楽を並べていっしょに聴いたときに、アジアの音楽のすばらしさと同時に、日本音楽のすばらしさもわかる。ところが、西洋音楽と比べると、まったく反対になってしまい、実に惨めなことになる、、、という文に続いて次のように述べている。以下、本からの抜粋

【西洋音楽には西洋音楽のすばらしさがあって、それは何物にも換えがたいものであり、今まで以上に理解してもらいたいと思います。それは日本で演奏される西洋音楽の水準がまだまだと思えるからです。私たちがウィーンなんかに出かけて行って西洋のオーケストラの演奏を聞くと、ヴァイオリンでもチェロでも、最初の音を聴いた瞬間に、あっ、これが西洋の音だ、今まで日本で西洋音楽だと思って聴いていたものはみんな偽物だった、とすぐ気が付く。それはどうしてかということ、和声の感覚とか、音色の感覚がまるきり違うからなんです。

日本では普通の西洋音楽の先生は、ヴァイオリンでも何でもピアノの音を基準に合わせますね。ドレミファソラシドの中を12に割った平均律を基準にして、その音に合っていれば正しい音、狂っていれば間違った音、そういう教育をやっています。ところが平均律というものは、自由に転調をするために便宜的に考え出したものなので、本当は音が狂っているんだけど、一応平均点のこのあたりで我慢してくださいという妥協した音なんです。そういう音でオーケストラを演奏したり、コーラスをうたったりするのは、同じようにこの辺で我慢してくださいという程度の音楽です。日本が明治から大正、昭和の初期ぐらいまでかけて、西洋音楽に追いつき追い越せと努力していた時代、その時代の音楽であればそれでもいい。しかし本当の西洋のハーモニーの美しさを聴こうというのだったら、中途半端な、いかにげんな音ではもうだめです。

なぜ私がこんなに音に敏感になったかといいますとインドへ行って勉強したからです。私はヴァイオリンをひいていましたが、インドへ行くまでは、少しはずれた音でもピアノに合っていればそれでよく、けっこう楽しんでいたわけです。ところがインドで最初に驚いたのは、音楽学校は3年生から始まるわ

けですが、その予備校にあたる1年生、2年生の人たちが演奏する場合でも、誰一人として音が狂っていない。実に徹底しているんです。私がビーナを調弦して、もうこれでいいんだろうと思っても、先生は調律が狂っているとおっしゃる。そこで一生懸命いわれたように調律するわけですが、糸捲きを動かすほどではない、指でちょっと押す程度の微妙なところなんです。そんなわずかな違いでも先生は許さない。とにかく、そういう所で2年間暮らして、聴きわけられる耳になって日本に帰ってきました。

そして、久しぶりに日本の音楽を聴きました。邦楽の場合はいいんです。音のはずれはちっとも気にならない。合っていればそれでいいし、はずれている音ははずれていい。けれども、西洋音楽を聴くともう我慢ができなくなりました。それは、オーケストラの中でそれぞれの楽器の音がみんな違うからです。たとえばクラリネットとフルートが違う。第一ヴァイオリンと第二ヴァイオリンが違う。

一つの楽器だけであれば、それはそれで容認できます。それはその人の音階である。その人の感覚である。しかし二つ以上がいっしょになると我慢できない。西洋音楽はハーモニーのある音楽ですから音が狂っていたのでは全然楽しむことができない。そういう耳になってしまった。

その同じ私がインドネシアの音楽を聴くときには平気なんです。インドネシアの音楽はそういう要素をすこしも要求しないからです。私は矛盾したことを同時にお話しているように思えるかもしれませんが、たとえばアラビア音楽の場合には、1オクターブを12ではなくて24とか、ある理論ではもっと細かくわけます。だから半音のまた半分、4分の1音が少なくとも基礎になっている。このような音楽を聴き慣れてくると、西洋音楽を聴いたときに、あの音は低めだな、そういうふうにやっているんだな、ということがわかってくる。つまりアラビア音楽を聴くことによって、西洋音楽なんかを聴くときの耳もできていくというのが、私の言いたいことなんです。一方で、アラビア音楽ではそれほど厳密な音でなければならないが、西洋音楽の場合はそこまで要求しなくてもよいということもわかる。

もう一つ例をあげましょう。タイ国の音楽は1オクターブを7つに割った“7等分平均律”というものです。西洋音楽もドレミファソラシドと7つに割っていますが、こちらの方はミとファ、シとドの間が半音ですから、そこに幅の広い全音のところと半音のところがあるわけです。しかしタイ国の音楽は、オクターブを7等分します。

このようなタイプの音楽の美しさ、面白さというものはどうやって理解することができるか。西洋音楽を勉強しただけでは理解できません。西洋音楽だけを基準にして比較すると、日本音楽も、アラビア、ペルシャ音楽も、トルコの音楽もみんな狂って聴こえてしまいます。けれども、日本音楽をやり、西洋音楽をやり、あるいはアラビア音楽をやったりすると、それぞれの民族によっていろいろな音程を使うのだな、ということがわかってくる。区別がわかってくる。区別ができるようになってくる。そうすると、音が狂っているということが少しも不愉快ではなくなってくるんですね。それはそれぞれの音楽の特徴であると思うようになるんです。

頭でわかるのではなくて、本当は身体でわからなければだめなんですから、一番いいのは自分でやってみることです。自分で弾いたり、吹いたり、鳴らしたりしていれば、民族音楽の良さ、すばらしさ、楽しさがわかってくる。そしてその特徴を身体で理解するうちに、自分たちの既製の耳のシステムとははずれた音が出てきても、それを不愉快だとか、狂っているというふうには受けとめないで、そこにある美しさというのはなんだろうかと考えるようになるのではないかと、と思います。それが民俗音楽をやる良さであるし、本当の意味でもあると思います。】

小泉文夫は「博想録36」でも触れた民族音楽学研究の第一人者である。

それでは、平均律について少し詳しく説明しようと思う。

まず音程について。2つの音の振動数（以下、周波数という）の比を音程という。音程の中で最も基本的なものは1度で、その比は $1/1 = 1$ である。次に基本となる音程はオクターブ（完全8度）で、ある音の2倍の周波数をもつ音との比で、 $2/1 = 2$ である。オクターブはあらゆる音程の中で最も協和的な音程である。周波数が単純な整数比であればあるほど、人間の耳には協和音として響く。

すべての音程の比は最小値1，最大値2の間におさめることにする。オクターヴ（2倍）の次に来るのが3倍の周波数をもつ音で、基音を「ド」とすると1オクターブより上の「ソ」となり、オクターブ+5度になっている。すべての音程は2以下という原則に当てはめると、基音「ド」を1オクターブ上の「ド」として、「ソ」は基音に対し $3/2$ である。

これが完全5度音程で、同様に協和的な音程である。

この5度音程を基準にして、順次音を決めていくのが「ピタゴラス音階」である。

この原則で2番目の音「ソ」に対して周波数が $3/2$ となる音の音程は、基音「ド」に対して $3/2 \times 3/2 = 9/4$ 、これでは2以上になってしまうので、基音を1オクターブ上げるため $1/2$ を掛けると、 $9/4 \times 1/2 = 9/8$ となる。これが「レ」である。同様に次々と周波数を $3/2$ 倍ずつ上げていくと、表1のとおりとなる。これを基音から順に並べ換えたものが音階で、この場合基音が「ド」（ハ音）であるため「ハ調 長音階」と呼んでいる。（表2）

音名	周波数比	隣音との音程	基音との音程
ド	1	1	1度
レ	9/8	9/8	長2度
ミ	5/4	10/9	長3度
ファ	4/3	16/15	完全4度
ソ	3/2	9/8	完全5度
ラ	5/3	10/9	長6度
シ	15/8	9/8	長7度
ド	2	16/15	完全8度

表2

表1、最後の「ド」は周波数比 1.01（正確には1.01364）であるが、この「13番目の音」を新しい音とせず、同一とみなしオクターブを1番目から12番目までの音に分割した。このようにしてできた

音名	周波数比	
ド	1	1
ソ	$\frac{3}{2}$	1.5
レ	$\left(\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{3^2}{2^3} (= \frac{9}{8})$	1.13
ラ	$\left(\frac{3^2}{2^3} \times \frac{3}{2}\right) = \frac{3^3}{2^4} (= \frac{27}{16})$	1.69
ミ	$\left(\frac{3^3}{2^4} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{3^4}{2^6} (= \frac{81}{64})$	1.27
シ	$\left(\frac{3^4}{2^6} \times \frac{3}{2}\right) = \frac{3^5}{2^7} (= \frac{243}{128})$	1.90
ファ #	$\left(\frac{3^5}{2^7} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{3^6}{2^9} (= \frac{729}{512})$	1.42
ド#	$\left(\frac{3^6}{2^9} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{3^7}{2^{11}} (= \frac{2187}{2048})$	1.07
ソ#	$\left(\frac{3^7}{2^{11}} \times \frac{3}{2}\right) = \frac{3^8}{2^{12}} (= \frac{6561}{4096})$	1.60
レ#	$\left(\frac{3^8}{2^{12}} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{3^9}{2^{14}} (= \frac{19683}{16384})$	1.20
ラ#	$\left(\frac{3^9}{2^{14}} \times \frac{3}{2}\right) = \frac{3^{10}}{2^{15}} (= \frac{59049}{32768})$	1.80
ファ	$\left(\frac{3^{10}}{2^{15}} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{3^{11}}{2^{17}} (= \frac{177147}{131072})$	1.35
ド	$\left(\frac{3^{11}}{2^{17}} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{3^{12}}{2^{19}} (= \frac{531441}{524288})$	1.01

表1

音の周波数比は2：3であり、この音程（完全5度）を純正5度と呼んでいる。

表3の右に純正律とその音程を入れた。音は周波数の比が単純なほど良く協和するので、純正律による和音の響きは非常に美しい。小泉文夫のいう“西洋音楽のすばらしさ”は、弦楽器の奏でる純正律のハーモニーから生まれる、澄んだ響きの美しさを言ったのである。

しかし、純正律には大きな難点がある。楽器の調律は、もとの『調』に合わせて調律されているため、転調した場合、ハーモニーが大きく狂ってしまう。ヴァイオリンなどフレットのない弦楽器では、微妙なズレを指で修正できる。しかし、鍵盤楽器ではそうはいかない。そこで考案されたのが平均律である。

1オクターブには12の音が含まれるので、周波数比2を均等に割り付けるため、隣り合う音との音程の周波数比を $\sqrt[12]{2}$ （2の12乗根=1.05946）に決める。これを基音に掛けたものを「ド#」、さらに「ド#」に $\sqrt[12]{2}$ を掛けたものを「レ」とし、半音ずつ順に次の音を作ってきたものが平均律である。

従って平均律は、転調してどの調に変わっても、和音の響きが変わらないように作られた人為的な音階であり、周波数比が整数比でなく無理数となるため、和音の響きの美しさは最初から犠牲になることを容認している。各音の周波数比は純正音程から少しずつずれてしまうが、その“ずれ”は人間の耳には判別できない程度のものであるため、これを許容し転調、移調した時の不協和音や異名同音のズレをなくしたのである。

平均律は鍵盤楽器に恩恵をもたらしたことから、バッハは24全ての調による「平均律クラヴィーア曲集」を作曲したものと考えられる。

表3は、ピタゴラス音階と平均律の各音の周波数を比較したものである。平均律では、各音間の比率が1.0594631であるのに対し、ピタゴラス音階では「前音との比」が「1.0678711」と「1.0534979」2種類あることが分かる。ピタゴラス音階においては、基音との周波数比、前音との比いずれも有理数（分数）で表されるのに対し、平均律は無理数となるため、和音が完全には協和しない。

音名	ピタゴラス音階				平均律	純正律	音程
	A	B	基音に対する周波数比(A/B)	前音との比	基音に対する周波数比	基音に対する周波数比	
ド	基音		1		1	1	完全1度
ド#	3 ⁷	2 ¹¹	1.067871094	1.067871094	1.059463094	16/15	短2度
レ	3 ²	2 ³	1.125	1.053497942	1.122462048	9/8	長2度
レ#	3 ⁹	2 ¹⁴	1.20135498	1.067871094	1.189207115	6/5	短3度
ミ	3 ⁴	2 ⁶	1.265625	1.053497942	1.25992105	5/4	長3度
ファ	3 ¹¹	2 ¹⁷	1.351524353	1.067871094	1.334839854	4/3	完全4度
ファ#	3 ⁶	2 ⁹	1.423828125	1.053497942	1.414213562	7/5	減5度
ソ	3 ¹	2 ¹	1.5	1.053497942	1.498307077	3/2	完全5度
ソ#	3 ⁸	2 ¹²	1.601806641	1.067871094	1.587401052	8/5	短6度
ラ	3 ³	2 ⁴	1.6875	1.053497942	1.681792831	5/3	長6度
ラ#	3 ¹⁰	2 ¹⁵	1.802032471	1.067871094	1.781797436	16/9	短7度
シ	3 ⁵	2 ⁷	1.8984375	1.053497942	1.887748625	15/8	長7度
ド	3 ¹²	2 ¹⁹	1.013643265	1.060684518	2	2	完全8度

表3

和音にした場合、協和しないというのはどういうことか視覚的に示してみたい。

「ラ」音の周波数440ヘルツをもとに、「ド」音のピタゴラス音階（P音階と記す）を計算する。

表3 「ラ」音の1オクターブ下は $1.6875/2=0.84375$ から、「ド」との周波数比は $1 : 0.84375$ となるので、「ド」の周波数は $440/0.84375=521.4815\text{Hz}$ となる。一方、平均律（E音階と記す）の「ド」音は、同様の計算で $440/0.840896415=523.2511306\text{Hz}$ である。

これを基音とし、振幅1の音の波形をサインカーブで表す。実際に楽器で奏でられる音は「ド」音の倍音、3倍音……を含んでいるが、分かりにくくなるので基音のみをグラフを描く。

周波数 f の波形は、時間 t の関数として、 $\sin 2\pi ft$ と表されるから、

「ド」P音階の波形： $\sin(2 \cdot \pi \cdot 521.4815t) = \sin(3276.56t)$

「ド」E音階の波形： $\sin(2 \cdot \pi \cdot 523.2511t) = \sin(3287.68t)$ となる。

同様に、「ソ」のそれぞれの波形は、

「ソ」P音階の波形： $= \sin(3276.56 \times 1.5 \cdot t) = \sin(4914.85t)$

「ソ」E音階の波形： $= \sin\left(3287.68 \times 2\left(\frac{7}{12}\right) \cdot t\right) = \sin(4925.95t)$ となる。

それぞれ、P音階とE音階の「ド」+「ソ」2音の合成波形をグラフで描くと図1のようになる。

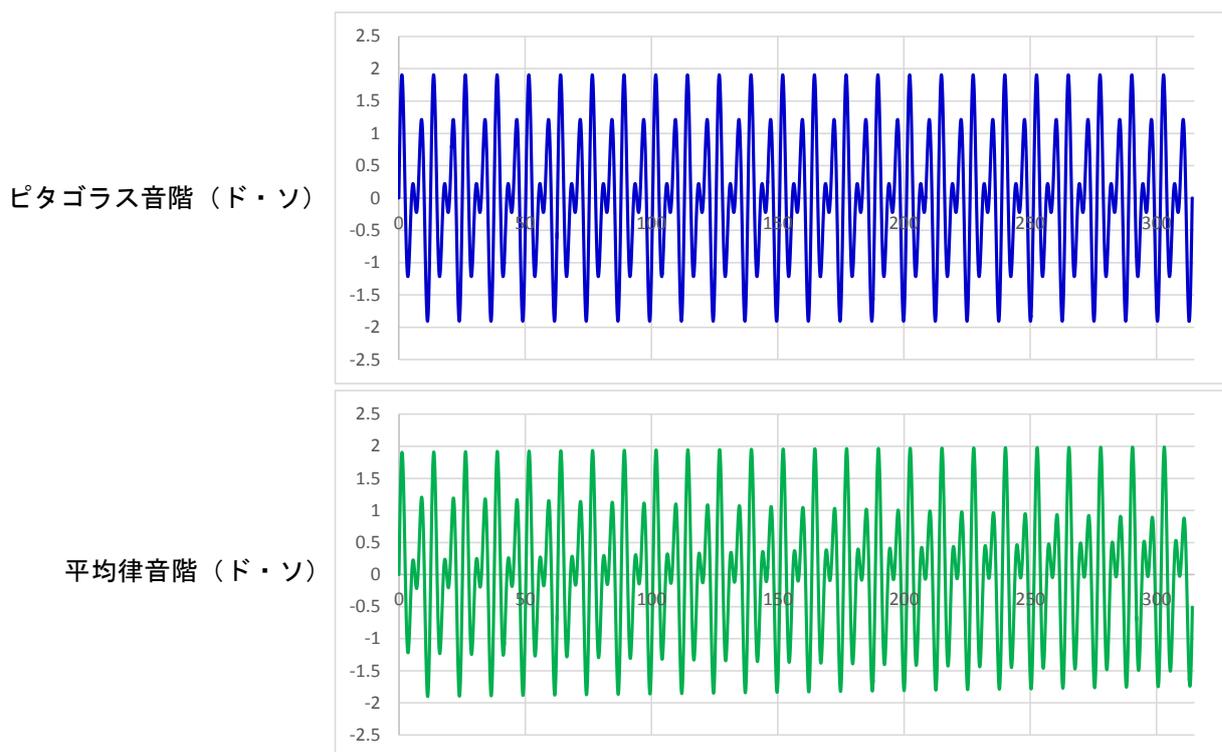


図1

P音階は波の周期が $2 : 3$ なので、波形に乱れがなく協和していることが確認できるが、

一方、平均律音階は、 $1 : 2\frac{7}{12}$ ($2 : 2.997$) という無理数の比なので、少しずつ周期がズレ波形が乱れていることが分かる。波の値が少しずつ変化（中央の波の値が徐々に下降）しているのは、わずかな周波数のズレにより“うなり”が生じていることを示している。

このことは、実際に音を出して聴いてみれば良く分かる。

0 1 : P 音階の「ド」 521.48 ヘルツと「ソ」 782.22 ヘルツを鳴らしてみると、



01---P ドソ.MP3

0 2 : E 音階の「ド」 523.25 ヘルツと「ソ」 783.99 ヘルツを鳴らしてみると、



02---E ドソ.MP3

0 3 : P 音階の「ド」 521.48 ヘルツと E 音階の「ド」 523.25 ヘルツではうなりが確認できる



03---P E ド.MP3

0 4 : 同様に P 音階の「ソ」 782.22 ヘルツと E 音階の「ソ」 783.99 でもうなりが確認できる



04---P E ソ.MP3

平均律音階は「キー」と「ハーモニー」のせめぎ合いから生み出された、西洋音楽独特の考え方で、 $\sqrt[12]{2}$ が出て来るところなどいかにも西洋的である。一方、世界には多くの民族があり、それぞれの民族が独自の音楽を持ち、それぞれの中に独自の音階がある。明治以降、日本は西洋一辺倒となり、音楽においても西洋音楽を偏重した結果、日本の伝統音楽より西洋音楽の方を高級な音楽と勘違いするようになってしまった。西洋音楽を理解し味わうことばかりでなく、併せて自国の音楽の良さもわかるような教育を行っていたなら、もっと日本独自の音楽に誇りを持てたのではないだろうか？

最後に、もう一言小泉文夫の言葉を紹介しておきたい。

私たちは西洋音楽の方しか向いていなかったけれども、世界にはいろいろな音楽文化があり、それぞれが独自の良さを持っています。私たちはアジアの音楽を知り、学ぶことによって、日本に比べて経済的には発展していなくても、隣人たちが持っている人間的な豊かさを理解することができます。それは、アジアの音楽の中に私たちが知らなかった要素を見出すとともに、私たちが忘れていた自分自身の音楽文化を再発見することにほかなりません。視野が広まると同時に、私たち自身に無限の可能性が開かれてくるのです。 (2020.08.28)