

ゲーム理論の意義と概日リズムの定式化

～ゲージ理論に対するゲーム理論による革命～

泉 宏明 (広島大学)*

2023 年 3 月 日本数学会年会

1 可積分系の拡張としてのゲーム理論

ゲーム理論の最大の特徴は、「*」という「ある変数を所与とする」(=その変数は微分して=0 と置かない) というオペレーターを導入したことにある。これにより、従来の数学が扱っていた極値問題 (=変分問題) が、ゲーム理論全体の中のある一つの特殊ケースとして吸収されてしまった。

(例) 従来の極値問題 (=変分問題) 変数 x と変数 y の利得表が共通

$$\max_{x,y} F(x,y) \Rightarrow F_x = 0, \quad F_y = 0 \quad (1)$$

$$F_x := \partial(F(x,y))/\partial x \quad F_y := \partial(F(x,y))/\partial y \quad \text{と定義すると、}$$
$$\partial(F_x)/\partial y = \partial(F_y)/\partial x \text{ が成り立つ} \quad (\text{可積分条件 宮岡 [3]})$$

(2 階微分可能な関数で成り立つ)

ゲーム理論での扱い 変数 x と変数 y の利得表が違う

$$\max_x f(x, y^*) \Rightarrow f_x(x^*, y^*) = 0 \quad (2)$$

$$\max_y g(x^*, y) \Rightarrow g_y(x^*, y^*) = 0 \quad (3)$$

$f(x, y) = g(x, y) = F(x, y)$ とすると、従来の極値問題 (=変分問題) になる。

$$f_{x^*} := \partial(f(x^*, y^*))/\partial x^* \quad g_{y^*} := \partial(g(x^*, y^*))/\partial y^* \quad \text{と定義すると、}$$

一般には、 $\partial(f_{x^*})/\partial y^* \neq \partial(g_{y^*})/\partial x^*$ である。

以上より、ゲーム理論の「*」により、可積分系の拡張が行われる。

2 相転移・同期現象の数学的位置付け (相互作用が主従関係でない場合)

相転移・同期現象の数学的位置付けは、制御変数の時間微分が、効用関数の時間と制御変数の交差偏微分の行列射影となっているものである。詳細は、学会発表時に説明する。

* 〒739-0145 広島県東広島市八本松町宗吉 92-5

web: http://www7a.biglobe.ne.jp/~popuri_art/izumi/index.html

キーワード：景気循環 相転移 蔵本モデル 概日リズム サーカディアンリズム 同期 同相同期 逆相同期

3 概日リズムの定式化 (相互作用が主従関係)

例えば、人間の体は、体内時計によって約1日のリズムに調節されている。このようなリズムのことを**概日リズム (=サーカディアンリズム)**と呼ぶ。太陽の日の光に合わせて、睡眠を取る時刻が変わる。海外旅行に行ったときに、時差ボケを解消するように体内時計が修正される。この反応関数を記述してみた。

3.1 同相同期の概日リズム

$$\max_y y - \exp(-(x^* - y)) \quad (4)$$

$$x = f(t) \quad (5)$$

(5) は、時刻 t の太陽の日の光の関数。同じ時刻でも、日本にいる場合とハワイにいる場合では、日の光が違う。関数 $f(t)$ が違ってくる。この $x = f(t)$ は所与である。(4) は、受容体による日の光の反応関数の一つを**変分問題 (最小作用の原理)**として記述してみた。(4) を y で微分して実際に求めてみると、 $y = x$ で $y = f(t)$ となり、確かに**同相同期の概日リズム**になっている。

3.2 逆相同期の概日リズム

$$\max_y y - \exp(x^* + y) \quad (6)$$

$$x = f(t) \quad (7)$$

(6) を y で微分して実際に求めてみると、 $y = -x$ で $y = -f(t)$ となり、確かに**逆相同期の概日リズム**になっている。

4 まとめ 「エントロピーの増大法則」は成り立つのか？

本当に世界は「時間とともにエントロピーは増大する」という物理学の基本法則が成り立っているのでしょうか？相互作用のある場合、特に泉宏明の示したような同相同期と逆相同期が相互作用の基本だとしたら、「エントロピーの増大」法則は成り立つのでしょうか？**相互作用が強い場合**、お互いに同相になるか逆相 (=同期) になり、もしかしたら「**エントロピーは減少**」していくのかもしれない。(マクスウェルの悪魔) 本当？

参考文献

- [1] 泉宏明, 高橋勝彦『RBC 理論による景気循環の存在の証明』(2008/7/19)
- [2] 泉宏明, 高橋勝彦『相転移現象としての景気循環のミクロ的基礎づけ』(2011/09/05)
上記の2つの論文は、泉宏明のホームページに掲載されている。
- [3] 宮岡礼子『局面論と可積分系』(数理科学 2015 年 6 月号)