＊番号 33	題	消費空間における効用関数の存在の仮定と逆問題

氏名	泉　宏明	所属	ＮＥＣ広島

私の数理経済学は、消費空間のコンパクト性と最大効用点の存在を仮定する。この過程において、数学上おもしろい問題を発見したので、ここに報告する。

まず、数理経済学において、よく用いられる、擬順序という概念を復習しておく。

擬順序とは、集合Ｓがあった場合で、ｘ，ｙ，ｚ∈Ｓのときに、関係「≦」に対して次の仮定を満たすものである。

（１）　完備法則　：ｘ≦ｙまたはｙ≦ｘのうち少なくとも一方が成立する。

（２）　推移法則　：ｘ≦ｙかつｙ≦ｚ⇒ｘ≦ｚ

さらに、よくご存じの通り、次の法則を満たすとき、「順序」と呼ぶ。

（３）　反対称法則：ｘ≦ｙかつｙ≦ｘ⇒ｘ＝ｙ

次に私の消費空間を構成する。

（１）集合ＳはＤｎ（ｎ次元球）と同相でｃｏｎｖｅｘなｎ次元コンパクト多様体である。

（２）Ｓの中に選好関係という擬順序「≦」が定義される。

（３）その選好関係は（０，１）∋ｔおよびｘ，ｙ∈Ｓに対して
ｘ～ｙをｘ≦ｙかつｙ≦ｘと定義するとき、異なる２点ｘ、ｙに対して
ｘ～ｙ⇒（１－ｔ）・ｘ＋ｔ・ｙ＞ｙが成立する。
つまり、同効用曲線がｃｏｎｖｅｘであることを仮定する。

（４）集合Ｓにおいて～は同値関係となる。この同値関係による商集合をＳ／～とすると、自然な順序関係が定義される。この時、
Ｓ／～と［０，１］の間に、連続な順序同型写像が存在するものとする。
経済学では、これを効用関数と呼ぶ。

(問題)

以上の仮定において、集合Ｓの中の同効用曲線は、一点、ｎ－１次元円板、または、ｎ－１次元球面のいずれかに同相である。

上記、問題を考えたが、私の能力では、解けなかったので、ここに報告し、皆様の英知をおかりして、解決しようと思ったしだいです。

以上