プロセスイノベーションと価値及び貨幣
～効用関数 u(c)＝log(log(c＋１)＋1)の特徴～

泉　宏明（広島 Elpida 株式会社）

現在のマクロ経済学は，大学院レベルの教科書，D.ローマーの『上級マクロ経済学』に代表されるように，ミクロ的基礎付けをもった，変分法による動的最適経路を求めることが最も基本となっている。本稿でも，ラムゼイから始まったこの手法を使い，マクロ経済学を発展させる。教科書『上級マクロ経済学』との違いは，大きく次の二つである。効用関数として，CRRA 効用関数(相対的危険回避度一定の効用関数)ではなく，効用関数 u(c)＝log(log(c＋１)＋1)型のものを用い議論する。これにより，従来使用されていた，CRRA 効用関数では，表に出てこなかった，豊富な Implication が導き出される。もう一つは，集計量の問題である。森嶋通夫先生が,『マルクスの経済学』で指摘されている，価値と貨幣の集計量を明確にして，新古典派経済学が多々犯している誤りを修正する。

キーワード　：　プロセスイノベーション　Money in the Utility Function(貨幣の効用)
相対的危険回避度　マクロ経済学のミクロ的基礎付け

１　はじめに

最近，マクロ経済学の研究に注力してみると，大学院以降のマクロ経済学は，D.ローマーの教科書『上級マクロ経済学』に代表される通り，ラムゼイから出発している。『上級マクロ経済学』の中では，CRRA 効用関数(相対的危険回避度一定の効用関数＝Constant Relative Risk Aversion)が主に使われており, この効用関数の特徴(＝相対的危険回避度一定)に制約を受け，面白みが無く，またインプリケーションも少ない。本稿は，方法論的には,『上級マクロ経済学』に良く似ているが,「効用関数 u(c)＝log(log(c＋１)＋1)の特徴」を説明しながら，もっと豊富なインプリケーションをもたらせる。本稿の意味するところは，プロセスイノベーションの遂行により，ロビンソン＝クルーソーの世界では非自発的失業はなく，労働の苦痛から労働時間を短縮するというものであったが，市場経済の中では，貨幣が存在することによって，必要労働時間が減少し，生産者の一人当たり労働時間の下方硬直性(＝例えば，1 日 8 時間労働等)が存在するので，生産者の人口が減少する(＝非自発的失業が発生する)場合が存在することを理論化することである。

２　ロビンソン＝クルーソーの世界(労働の負効用の存在)

まず，最も簡単なロビンソン＝クルーソーの経済から分析しよう。
労働を L 時間投下することによって，財を c＝f(L)単位得る。

f(L)　　基準時 t_0 の労働投入量を L としたときの，生産関数

$f'(L) > 0 \quad f''(L) \leqq 0$

u(c)　　財 c の効用関数

u'(c)　　1 階の微分については，特に仮定を置かない
(飽和消費 つまり u'(c)＜0 の場合も対象)

$u''(c)<0$　　2 階の微分が負

$v(L)$　　労働を L 行うことによる，労働の苦痛

$v'(L)>0$　　$v''(L)\geqq 0$

$A(t)$　　基準時 t_0 から時間 t を経た時のプロセスイノベーション関数

$A(t)\geqq 1$　　$A'(t)>0$

$A(t)\cdot f(L)$　基準時 t_0 から時間 t を経た，労働投入量が L の時の財の生産量

ここで，ロビンソン＝クルーソーの効用の最大化を考える。以下の式を MAX 化する。以降，効用の加法が可能だとしておく。

$$\max\quad u(A(t)\cdot f(L))-v(L) \tag{1}$$

まず，時間 t を固定して，効用を最大化する労働時間 L を求める。

$$A(t)\cdot f'(L)\cdot u'(A(t)\cdot f(L))-v'(L)=0 \tag{2}$$

2 階の微分は，(2)式をもう一度，労働時間 L で微分して，

$$A(t)\cdot f''(L)\cdot u'(A(t)\cdot f(L))+A(t)^2\cdot f'(L)^2\cdot u''(A(t)\cdot f(L))-v''(L) \tag{3}$$

(2)式より，$u'(A(t)\cdot f(L))=v'(L)/\{A(t)\cdot f'(L)\}>0$，$u''(A(t)\cdot f(L))<0$，$v''(L)\geqq 0$ より 2 階の微分は負。

ここで，十分小さい L に対して，

$$A(t)\cdot f'(L)\cdot u'(A(t)\cdot f(L))>v'(L) \tag{4}$$

十分大きな L に対して，

$$A(t)\cdot f'(L)\cdot u'(A(t)\cdot f(L))<v'(L) \tag{5}$$

と仮定する。

以上の仮定により，L の最大値が，L の端点ではなく，内部に存在する。

式(2)を，時間 t の変分法により，動学的最適な労働時間 L の変移を求める。

式(2)を時間 t で微分する。ここで，

$$d/dt\,(A(t))=\dot{A}\text{ とし，}d/dt\,(L)=\dot{L}\text{ と表記する。} \tag{6}$$

$$\dot{A}\cdot f'(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+A\cdot\dot{L}\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+A\cdot f'(L)\cdot\dot{A}\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))+A\cdot f'(L)\cdot A\cdot\dot{L}\cdot f'(L)\cdot u''(A\cdot f(L))-\dot{L}\cdot v''(L)=0 \tag{7}$$

式(7)を，$\dot{L}$ について整理する。

$$\dot{L}=-1\cdot\dot{A}\cdot f'(L)\cdot\{u'(A\cdot f(L))+A\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))\}/\{A\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+A\cdot f'(L)\cdot A\cdot f'(L)u''(A\cdot f(L))-v''(L)\} \tag{8}$$

式(8)の分母は，$A\geqq 1$，$f''(L)\leqq 0$，$u'(A\cdot f(L))>0$(式(2)より)より

$$A\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))\leqq 0 \tag{9}$$

$A\geqq 1$，$f'(L)>0$，$u''(A\cdot f(L))<0$ より

$$A\cdot f'(L)\cdot A\cdot f'(L)\cdot u''(A\cdot f(L))<0 \tag{10}$$

$v''(L)\geqq 0$ より

$$-v''(L)\leqq 0 \tag{11}$$

(9)，(10)，(11)より，式(8)の分母は負

式(8)の分子は，$\dot{A}>0$，$f'(L)>0$ より，$-1\cdot\dot{A}\cdot f'(L)<0$ (12)

よって，

$$u'(A\cdot f(L))+A\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))=0 \qquad (13)$$

が成り立つときに，最大の労働時間となる。

ここで，$x=A\cdot f(L)$と置くと，

$$d/dx(x\cdot u'(x))=0 \qquad (14)$$

また，

$$d/dx(x\cdot u'(x))<0 \qquad (15)$$

の時，労働時間 L が減少に転じる。(この(15)の条件が，本稿のキーとなる。)つまり，ロビンソン＝クルーソーは，プロセスイノベーションの遂行により，ある種の財では，財の消費に飽きて，労働時間の短縮を選択するという行動を選ぶことによって，消費の効用と労働の負効用を合わせたものを，最大化する。

この，式(15)の意味は何であろうか？

3　d/dx(x・u'(x))とは何か？

実は，上記条件は,「相対的危険回避度」として知られているものと，密接な関係がある。相対的危険回避度は，以下の式で与えられる。

$$-x\cdot u''(x)/u'(x) \qquad (16)$$

式(16)の逆数が 1 より小さい場合を考える。

$$-u'(x)/(x\cdot u''(x))<1 \qquad (17)$$

式(17)を展開すると，

$$-u'(x)>x\cdot u''(x) \qquad (18)$$

式(18)をよく見ると，式(15)と一致している。更に，式(16)では，$u'(x)>0$ が仮定されていたが，本稿のように，u(x)の 1 階の微分 u'(x)が負としても議論が成り立つ。

式(15)の意味するところは,「相対的効用増加率が減少に転じる」ということである。以下，式(14)を本稿では,「限界相対的効用増加率」と呼ぼう。「限界相対的効用増加率」が正の財とは，俗に言えば，プロセスイノベーションから見て,「将来性の高い財」，同じく負の財とは，俗に言えば,「成熟した財」と言うこともできる。

まず, 従来よく使われている, CRRA 効用関数(相対的危険回避度一定の効用関数＝Constant Relative Risk Aversion)について復習しておこう。

$$u(x)=\{x^{1-\sigma}-1\}/\{1-\sigma\} \qquad \sigma\neq 1 \qquad (19)$$

$$u(x)=\log(x) \qquad \sigma=1 \qquad (20)$$

この時の，限界相対的効用増加率は,

$u'(x)=x^{-\sigma}$ より

$$d/dx(x\cdot u'(x))=d/dx(x^{-\sigma+1})=(-\sigma+1)\cdot x^{-\sigma} \qquad (21)$$

また，相対的危険回避度は，以下のように，σとなり常に一定である。

$u''(x)=-\sigma\cdot x^{-\sigma-1}$ より，

$-x\cdot u''(x)/u'(x) = \sigma$ (22)

式(21)より，限界相対的効用増加率は，$(-\sigma+1)$の符号と同じとなる。

式(13)を考えると，σ＝１の時のみ，式(13)＝0となる。但し，A･f(L)の値によらず，常に，式(13)＝0である。

つまり，CRRA型効用関数は，本稿にとって面白みの無いものである。

次の章で，本稿にとって興味深い効用関数を提示しよう。

４　log(log(x+1)＋１)型効用関数の特徴

log(log(x+1)＋１)の1階の微分を求める。ここで，x≧0以上とする。

X＝log(x+1)＋1と置き，実際に微分してみる。

$$d/dx(\log(X)) = (dX/dx)\cdot((d/dX)(\log(X))) = (x+1)^{-1}\cdot\{\log(x+1)+1\}^{-1} > 0 \quad (23)$$

2階の微分は,

$$-1\cdot(x+1)^{-2}\cdot\{\log(x+1)+1\}^{-1} + (x+1)^{-1}\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-1}$$
$$\cdot\{\log(x+1+1)\}^{-2} = (x+1)^{-2}\cdot\{\log(x+1)+1\}^{-2}\cdot\{-1\cdot\log(x+1)-2\} < 0 \quad (24)$$

限界相対的効用増加率は,

$$u'(x)+x\cdot u''(x) = (x+1)^{-1}\cdot\{\log(x+1)+1\}^{-1} + x\cdot(x+1)^{-2}\cdot\{\log(x+1)+1\}^{-2}\cdot\{-1\cdot\log(x+1) -2\} = (x+1)^{-2}\cdot\{\log(x+1)+1\}^{-2}\cdot\{(x+1)\cdot\{\log(x+1)+1\} - x\cdot\log(x+1)-2x\}$$
$$= (x+1)^{-2}\cdot\{\log(x+1)+1\}^{-2}\cdot\{\log(x+1)+1-x\} \quad (25)$$

x＝0の時，式(25)＝１

x→＋∞の時に　式(25)＜0

となり，中間値の定理より，log(x＋１)＋1−x＝0となる，xが存在する。

更に，驚くことに,

x→＋∞の時に，log(log(x+1)＋1)は無限大となる。 (26)

この関数は，ceilingが存在しない。

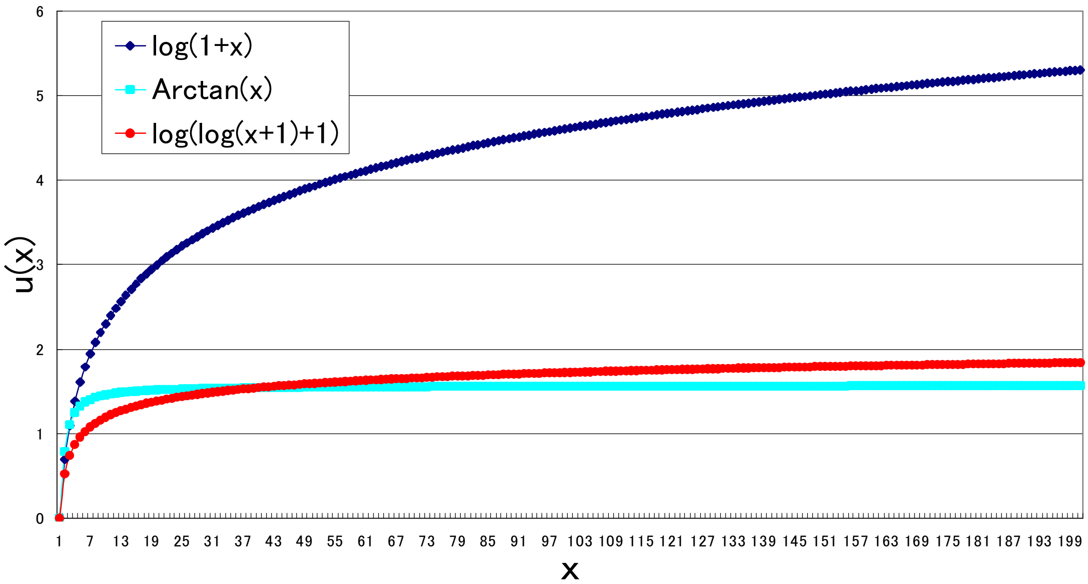
また，式(23)，式(24)，式(25)と同じような性質を持つが，ceilingが存在する関数として,

$u(x) = \mathrm{Arctan}(x)$ (27)

が存在する。

本稿において，log(log(x+1)＋１)型効用関数が重要な例となり，この関数の存在により，豊富なImplicationがもたらされる。

図１
各種の効用関数u(x)の例



5　貨幣の導入

ここで，ロビンソン＝クルーソーの世界から離れ，もう少しだけ市場経済に近いものを考える。以下の議論では，生産者は，市場競争により，１日の労働時間は，一定とする。(この証明は，労働者を雇う時の固定費の存在や，非協力市場シェアゲームの Nash 均衡等により行われる。詳しくは，機会があれば別途明らかにする。1 日の正規労働者の労働時間は，8 時間等かなり安定的なものであることは，実証的に明らかであろう。但し，現在，非正規労働者の割合が増加していることの影響は，今後，注意を払わなければならない。)

今，ある富者が，財 c の生産者からお金を払って購入するという行動を考えよう。

$$\max \quad u(A(t)\cdot f(L))+v(M/P-w\cdot L) \tag{28}$$

f(L)　基準時 t_0 の労働投入量を L としたときの，生産関数

$f'(L)>0 \quad f''(L)\leqq 0$

u(c)　財 c の効用関数

u'(c)　1 階の微分については，特に仮定を置かない

(飽和消費　つまり $u'(c)<0$ の場合も対象)

$u''(c)<0$　2 階の微分が負

A(t)　基準時 t_0 から時間 t を経た時のプロセスイノベーション関数

$A(t)\geqq 1 \quad A'(t)>0$

A(t)･f(L)　基準時 t_0 から時間 t を経た，労働投入量が L の時の財の生産量

M　名目貨幣残高

P　物価水準

M/P　富者の実質貨幣残高(富者は常に一定の財産を持っているとする。)

w　1 日あたりの実質賃金

w･L　　生産者 L に対する実質賃金 w を払う。富者は，w･L で財を購入する。プロセスイノベーション分，初期状態に比べて，消費者は，財を安く購入できる。

v(m)　　実質貨幣残高 m の効用

1 階の微分　v'(m)＞0　　2 階の微分　v''(m)≦0 を仮定する。

v(M/P－w･L)　　富者の財産が M/P であり，ここから，財 c を A･f(L)単位購入するために貨幣を支払う時点の貨幣の効用関数。

富者は，財を何単位消費するか選択することによって，式(28)を最大化する行動を取る。

h＝A(t)･f(L)と置き，まず，時間 t を固定して h の関数として，式(28)を最大化する。

式(28)は，

$$\max \quad u(h)+v(M/P-w\cdot L) \tag{29}$$

式(29)を h で微分する。

$$u'(h)-((d/dh)(w\cdot L))\cdot v'(M/P-w\cdot L)=0 \tag{30}$$

dh/dL＝A(t)･f'(L)より

$$u'(h)-w\cdot\{A(t)\cdot f'(L)\}^{-1}\cdot v'(M/P-w\cdot L)=0 \tag{31}$$

$$A(t)\cdot f'(L)\cdot u'(A(t)\cdot f(L))-w\cdot v'(M/P-w\cdot L)=0 \tag{32}$$

式(32)は，実は，式(28)を L で微分した結果と同じである。

更に，v''(M/P－w･L)≦0 より，ロビンソン＝クルーソーの世界と同じ構造により，プロセスイノベーションの遂行により，或る効用関数においては，最大の労働雇用量をもたらす点があり，それ以上のプロセスイノベーションの遂行は，労働雇用量の減少が生じる。つまり，ロビンソン＝クルーソーの世界においては，労働の苦痛により，労働時間の減少が生じたが，市場経済においては，消費者が貨幣を保持しておこうという行動が生じ，労働時間の下方硬直性がある場合は，非自発的失業が生じることが証明された。

6　実質貨幣残高が変動する場合

本稿では、本章以外は、実質貨幣残高の変動の無い場合を考察する。本章で、貨幣の保蔵が行われる場合を、考察しておく。第 5 章の記号を用いる。簡便化のため f(L)=L とする。

動学的一般均衡モデルを定式化する。

$$\max \int_0^1 \{u(A\cdot L)+v(m)\}\ dt \qquad d/dt(m)=\delta-w\cdot L$$

ここで、ｍは、ｔ時点の富者の実質貨幣残高

δは、ｔ時の富者の収入

w･L は、t 時に富者が財を購入することによって支払う金額

富者は、0 時点から１時点まで生き、その効用を最大化する。割引率は簡便化のため考えない。

Hamiltonian　H を考える。

$$H=u(A\cdot L)+v(m)+\lambda\cdot(\delta-w\cdot L)$$

ここで、L が制御変数であり、m が状態変数である。

Hamiltonian　H を L で微分する。

$$A\cdot u'(A\cdot L)-\lambda\cdot w=0 \qquad \text{式(A)}$$

また、

$$\dot{\lambda}=-v'(m) \qquad \text{式(B)}$$

式(A)を時間 t で微分し、

$$\dot{A}\cdot u'(A\cdot L)+A\cdot\{\dot{A}\cdot L+A\cdot\dot{L}\}\cdot u''(A\cdot L)-\dot{\lambda}\cdot w=0 \qquad \text{式(C)}$$

式(B)を式(C)に代入する。

$$\dot{A}\cdot u'(A\cdot L)+A\cdot\{\dot{A}\cdot L+A\cdot\dot{L}\}\cdot u''(A\cdot L)+w\cdot v'(m)=0 \qquad \text{式(D)}$$

式(D)を $\dot{L}$ で整理する。

$$\dot{L}=-1\cdot\{\dot{A}\cdot\{u'(A\cdot L)+A\cdot L\cdot u''(A\cdot L)\}+w\cdot v'(m)\}/\{A^2\cdot\dot{L}\cdot u''(A\cdot L)\}$$

分母は負。

$u'(A\cdot L)+A\cdot L\cdot u''(A\cdot L)$は、プロセスイノベーションが進行した場合の財の「限界相対的効用増加率」。

$v'(m)$は、実質貨幣残高効果。

この２つの効果の兼ね合いにより、労働人口 L が減少するか増加するかが決定する。

本章は、$m_{t+1}=m_t+\delta_t-w\cdot L_t$ が成り立つ場合を主に考えている。しかし、ロビンソン＝クルーソーの世界で、労働時間が短くなったとしても、1 日の時間が蓄積できないように、一般的には、この式は成り立たない。ロビンソン＝クルーソーの世界では、労働時間の短縮は、余暇とか、今までに無い財の生産へと向かうのである。または、現実世界では、或る財が欲しくなったときは、妻がパートに出るのである。

7　集計量

ここで，新古典派経済学が犯している誤りとして，集計量の問題を明確にしておく。森嶋通夫先生は，名著，『マルクスの経済学』で，以下のように述べられている。

「マルクスの経済学では，労働価値は２つの機能を持つ。すなわち，(i)現実の価格がいつもそのまわりを変動するような諸財の均衡価格(あるいは交換価値)を説明すること，(ii)多数の産業(つまり，ありのままの姿のセクター)を少数の「部門」に集計するときに用いられるアグリゲーター(集計因子)，あるいは集計のウェート(加重因子)をえること，の２つである。‥‥‥マルクスが価値概念を用いて諸産業を部門に集計したのは事実であり，マルクスがケインズの『一般理論』を読む機会があったなら，かれの価値論を１つの集計理論として仕上げたであろう，とわたしは確信する。‥‥‥‥周知のように，マルクスは，所得，消費等のような集計量を測定するのに，市場的賃金－価格(すなわち労働表示の市場価格)を用いて諸財を集計したケインズと対比できる。‥‥‥マルクスは，自己の巨視的経済学をもっと堅固な基礎にすえたいと思い，価値のほうが価格よりももっと基本的なものであるから，価値をアグリゲーターとして採用した。」(『マルクスの経済学』13 頁～14 頁)

以上の森嶋先生の指摘を元にして，新古典派と呼ばれる人の著作を見ると，以下のような誤りが多々見受けられる。

誤った例)　p(t)を財 X の t 時点の貨幣表示の消費とする。この時の消費の効用は u(p(t))

上記例は，誤りである。ここで，u'(c)＞0 としておく。そうすると，もし，何かの原因で，財 X の価格が，2 倍になったとする。(たとえば，石油価格高騰等)そうすると，u(2･p(t))となり，u'(c)＞0 より，効用が増すということになる。これは，実感とまるで逆である。高いお金を払って，同じものを得るということは，効用が減少(正確には満足度が減少する。)するというのが実感である。

つまり，本稿で示したとおり，以下のように考えるのが現実的である。

p(t)の実物の財を X(t)とする。

実物財から得る効用を，u(X(t))とする。u'(c)＞0。

今，この人は，貨幣を M/P 持っているとする。X(t)の価格を通常は，p(t)とする。

2 倍となったときを，2･p(t)とする。M＝貨幣残高。P＝物価水準

貨幣からの効用を，v(M/P－p(t))とする。v'(m)＞0

全体の効用は，u(X(t))＋v(M/P－p(t))　である。

財 X の価格が 2 倍となったときの効用は，

u(X(t))＋v(M/P－2･p(t))　である。

ここで，実物 X から受ける効用は変わらない。しかし，実物 X を得るために，払う貨幣は 2 倍となり，残金が減る分だけ，貨幣の効用が減少する。また，物価水準 P まで影響が及び，P が上昇すると，M/P が減少し，やはり，貨幣の効用が小さくなる。

$$\max \quad u(A(t)\cdot f(L))+v(M/P-w\cdot L)$$

に対して，M/P＝A(t)･f(L)ではないかという疑問を持たれた方もいたが，王朝モデルを持ち出すまでもなく，A(t)･f(L)は実物体系で計り，M/P－w･L は貨幣体系で計っており，尺度が違うのである。つまり，市場経済分析のためには，マルクス的価値と，ケインズ的貨幣の両方の尺度を持ち込まなければならないのである。そして，市場経済とは，個々人が，価値と価格の満足度を天秤にかけ，合計の満足度を最大にするというものなのである。

８　賃金 w が，プロセスイノベーションにより変化する場合

ここで，５章で仮定していた，マークアップ率一定の賃金を拡張して，プロセスイノベーションの遂行により，賃金 w＝α(A)となった場合を考察する。

$$\max \quad u(A(t)\cdot f(L))+v(M/P-\alpha(A)\cdot L) \tag{33}$$

富者が，財の購入量 A(t)･f(L)を制御することによって，自らの財の消費と貨幣の保持の効用を最大化する点を求める。

h＝ A(t)･f(L)と置き，式(33)を時間 t を固定して，h で微分する。

$$u'(h)-\alpha(A)\cdot d/dh(L)\cdot v'(M/P-\alpha(A)\cdot L)=0 \tag{34}$$

$$d/dL(h)=A(t)\cdot f'(L) \text{より}$$

$$A(t)\cdot f'(L)\cdot u'(A\cdot f(L))-\alpha(A)\cdot v'(M/P-\alpha(A)\cdot L)=0 \tag{35}$$

時間 t で微分して，動的最適化経路を求める。

$$\dot{A}\cdot f'(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+A\cdot\dot{L}\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+A\cdot f'(L)\cdot\dot{A}\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))$$

$+A\cdot f'(L)\cdot A\cdot \dot{L}\cdot f'(L)\cdot u''(A\cdot f(L))-\alpha'(A)\cdot \dot{A}\cdot v'(M/P-\alpha(A)\cdot L)$

$+\alpha(A)\cdot \dot{A}\cdot \alpha'(A)\cdot L\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)+\alpha(A)\cdot \alpha(A)\cdot \dot{L}\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)=0$ (36)

$\dot{L}$ で整理すると

$\dot{L}=-\{\dot{A}\cdot f'(L)\cdot\{u'(A\cdot f(L))+A\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))\}-\alpha'(A)\cdot \dot{A}\cdot\{v'(M/P-\alpha(A)\cdot L)$
$-\alpha(A)\cdot L\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)\}\}/\{A\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+A^2\cdot f'(L)^2\cdot u''(A\cdot f(L))+\alpha(A)^2\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)\}$ (37)

(35)式より，$A\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))\leqq 0$。$A^2\cdot f'(L)^2\cdot u''(A\cdot f(L))<0$。$\alpha(A)^2\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)\leqq 0$ より，式(37)の分母は，<0。

分子は，$v'(M/P-\alpha(A)\cdot L)-\alpha(A)\cdot L\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)>0$ より，$u'(A\cdot f(L))+A\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))<0$ かつ $\alpha'(A)>0$ のとき，>0。

この時に，雇用量 L が，減少に転じる。

つまり，既に成熟してしまった財($=d/dx(x\cdot u'(x))<0$)の賃金 $\alpha(A)$が，A の増加関数の時には，雇用量は，減少に転じる。これは，IT 不況等が例として挙げられる。$\alpha(A)$が，A の減少関数の場合，雇用量は，どちらとも言えない。これは，みかんの豊作貧乏等が例として挙げられる。どちらにしても，成熟した財のプロセスイノベーションは，その財の生産者に暗い事実を与えるという，資本主義の矛盾及び発展の原動力(＝プロダクトイノベーションを起こそうというインセンティブを与える。または，将来性のある財の生産に労働力が移動する。)をもたらす。

9　エンゲル係数

では，賃金 w が変化する場合のエンゲル係数はどうなるであろうか？ここで，エンゲル係数を以下の式にて定義する。

賃金　α (A)　　生産者 L　　の時に，生産者全体に支払う金額つまり，

エンゲル係数＝$\alpha(A)\cdot L$ (38)

エンゲル係数の時間 t による変化率は，式(38)を時間 t で微分して，

$\dot{A}\cdot \alpha'(A)\cdot L+\alpha(A)\cdot \dot{L}$ (39)

式(39)の $\dot{L}$ に式(37)を代入する。

エンゲル係数の変化率＝$\dot{A}\cdot \alpha'(A)\cdot L-\alpha(A)\cdot\{\dot{A}\cdot f'(L)\cdot\{u'(A\cdot f(L))+A\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))\}$
$-\alpha'(A)\cdot \dot{A}\cdot\{v'(M/P-\alpha(A)\cdot L)-\alpha(A)\cdot L\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)\}\}/\{A\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+$
$A^2\cdot f'(L)^2\cdot u''(A\cdot f(L))+\alpha(A)^2\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)\}$ (40)

分母を$\{A\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+A^2\cdot f'(L)^2\cdot u''(A\cdot f(L))+\alpha(A)^2\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)\}$とすると，式(40)の分子は，

$\dot{A}\cdot \alpha'(A)\cdot L\cdot\{A\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+A^2\cdot f'(L)^2\cdot u''(A\cdot f(L))+\alpha(A)^2\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)\}-$
$\alpha(A)\cdot\{\dot{A}\cdot f'(L)\cdot\{u'(A\cdot f(L))+A\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))\}-\alpha'(A)\cdot \dot{A}\cdot\{v'(M/P-\alpha(A)\cdot L)-$

$\alpha(A)\cdot L\cdot v''(M/P-\alpha(A)\cdot L)\}\}$ (41)

$(41)=\dot{A}\cdot\alpha'(A)\cdot L\cdot A\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))+\dot{A}\cdot\alpha'(A)\cdot L\cdot A^2\cdot f'(L)^2\cdot u''(A\cdot f(L))$

$-\alpha(A)\cdot\dot{A}\cdot f'(L)\cdot u'(A\cdot f(L))-\alpha(A)\cdot\dot{A}\cdot f'(L)\cdot A\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))$

$+\alpha(A)\cdot\alpha'(A)\cdot\dot{A}\cdot v'(M/P-\alpha(A)\cdot L)$ (42)

(42)に(35)の $A(t)\cdot f'(L)\cdot u'(A\cdot f(L))-\alpha(A)\cdot v'(M/P-\alpha(A)\cdot L)=0$ 代入する。

$(42)=-\alpha(A)\cdot\dot{A}\cdot f'(L)\cdot\{u'(A\cdot f(L))+A\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))\}+\dot{A}\cdot\alpha'(A)\cdot\{A\cdot L\cdot f''(L)\cdot u'(A\cdot f(L))$

$+L\cdot A^2\cdot f'(L)^2\cdot u''(A\cdot f(L))+A\cdot f'(L)\cdot u'(A\cdot f(L))\}$

$=-\alpha(A)\cdot\dot{A}\cdot f'(L)\cdot(d/d(A\cdot f(L)))(A\cdot f(L)\cdot u'(A\cdot f(L)))+\dot{A}\cdot\alpha'(A)\cdot(d/dL)(A\cdot L\cdot f'(L)\cdot u'(A\cdot f(L)))$

(43)

特に，$f(L)=L$ の場合，

$(43)=\dot{A}\cdot\{A\cdot\alpha'(A)-\alpha(A)\}\cdot\{u'(A\cdot L)+A\cdot L\cdot u''(A\cdot L)\}$ (44)

賃金 $\alpha(A)=A^{\beta}(\beta<1)$ の場合，$u'(A\cdot L)+A\cdot L\cdot u''(A\cdot L)<0$ の時，分母＜0 より，

$A\cdot\alpha'(A)-\alpha(A)=(\beta-1)A^{\beta}<0$ より，エンゲル係数は，減少に転じる。

また， $\alpha'(A)<0$ の時は，第７章で，雇用量は増加するか減少するか不定であったが，$A\cdot\alpha'(A)-\alpha(A)<0$ より，エンゲル係数は，減少に転じる。つまり，$u'(A\cdot f(L))+A\cdot f(L)\cdot u''(A\cdot f(L))<0$ の多くの場合には，その財のエンゲル係数が減少する。($f(L)\neq L$ の場合も含めて)

10　数値例

ここで，本稿の議論を数値例にて確かめておく。

例)　$u(x)=\log(\log(x+1)+1)$

$v(m)=m$

$M/P=1$

$w=0.3$

A＝プロセスイノベーション関数

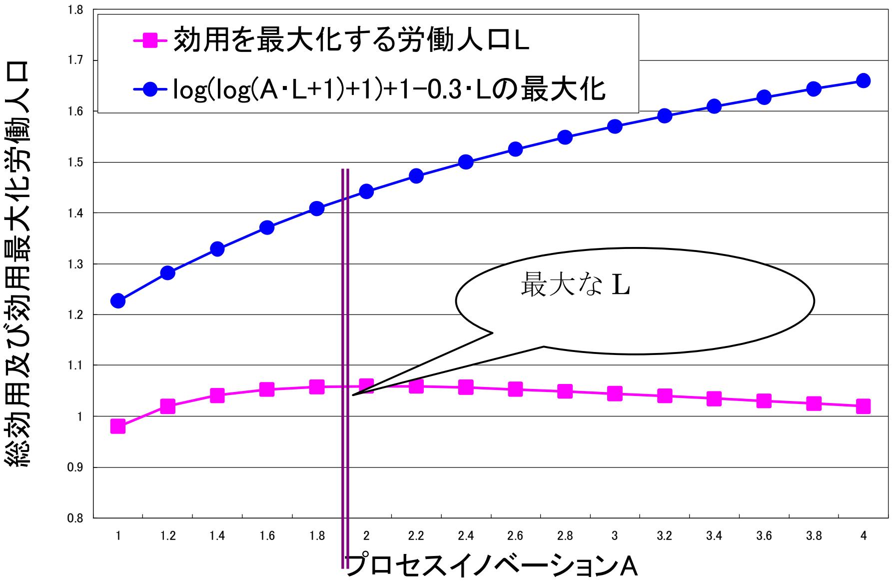
L＝労働人口

Max　$u(x)+v(m)=\log(\log(A\cdot L+1)+1)+M/P-w\cdot L=\log(\log(A\cdot L+1)+1)+1-0.3\cdot L$　(45)

を，時間 t を固定して，L の関数と見て最大化する。次に時間 t を変化させ，プロセスイノベーションが進んでいくときの労働人口 L の時間による変動を見る。

EXCEL のソルバー機能を使ってこの解を求めた結果が以下のグラフである。

図２　効用を最大化する労働人口 L と総効用



実際に L の最大値を求める。式(45)を，L で微分すると，

$$A\cdot\{A\cdot L+1\}^{-1}\cdot\{\log(A\cdot L+1)+1\}^{-1}-w=0 \tag{46}$$

式(46)を時間 t で微分して，$\dot{L}=0$ を代入すると，

$$\dot{A}\cdot\{A\cdot L+1\}\cdot\{\log(A\cdot L+1)+1\}-A\cdot\dot{A}\cdot L\cdot\{\log(A\cdot L+1)+1\}-A\cdot\dot{A}\cdot L=0 \tag{47}$$

式(47)を整理して，次の数式を得る。

$$\log(A\cdot L+1)+1-A\cdot L=0 \tag{48}$$

式(46)と式(48)より，

$$L=1/\{\{A\cdot L+1\}\cdot w\} \tag{49}$$

$$A=A\cdot L/L \tag{50}$$

式(48)より，A･L の値が得られる。式(49)に代入して L が得られる。式(50)に代入して，A が得られる。

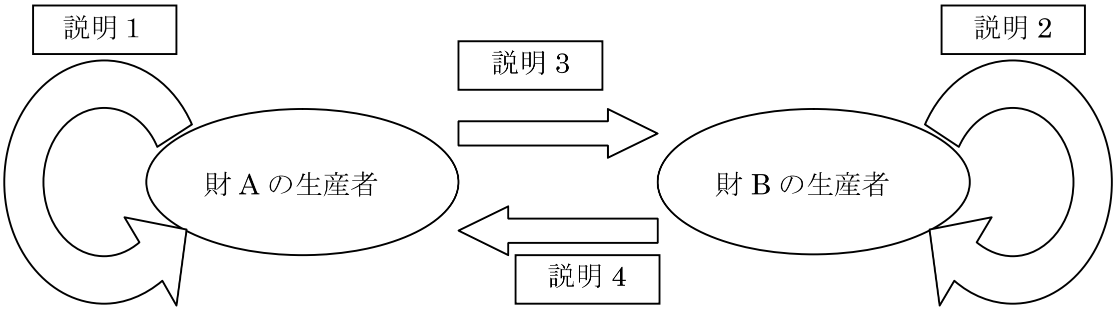
$w=0.3$ を入れて，EXCEL のソルバー機能により計算すると，

A･L＝2.14619450629398　　L＝1.059481　　A＝2.025704　の厳密解を得る。

ここに，私たちは，プロセスイノベーションが進むにつれ，総効用は増すが，必要となる労働人口は減少するという，「豊作貧乏」や「ラダイツ運動」及び「IT 不況」の厳格な定式化を***飽和消費の前提なし***で成功したのである。

11　２財の場合（思考実験）

本稿のモデル対象は以下の通りである。



説明１：財 A の生産者は，自らのために財 A を生産し，消費する。
・・・・・・本稿のモデル対象外
説明 2：財 B の生産者は，自らのために財 B を生産し，消費する。
・・・・・・本稿のモデル対象外
説明 3：財 A の生産者は，財 B の生産者のために財 A を生産し，財 B の生産者から貨幣を得る代わりに財 A を受け渡す。
・・・・・・本稿のモデル対象
説明 4：財 B の生産者は，財 A の生産者のために財 B を生産し，財 A の生産者から貨幣を得る代わりに財 B を受け渡す。
・・・・・・本稿のモデル対象

ここで，思考実験として以下の事実を述べる。

財 A の生産者を L_A 人とする。財 B の生産者を L_B 人とする。マルクス的均衡解として，以下の等式が成り立つ。

生産者 L_A の生産量を L_A 単位と簡便化のため置く。同様に生産者 L_B の生産量を L_B 単位と置く。$L_A＝L_B$ とは限らない。

全体の人口は，L_A+L_B である。

生産者 L_A は，自らのために，L_A／（L_A+L_B）。

生産者 L_B のために，L_B／（L_A+L_B）。

同様に，生産者 L_B は，自らのために，L_B／(L_A+L_B)。

生産者 L_A のために，L_A／(L_A+L_B)。

の割合で，生産する。

財 A の生産者は L_A 人より，L_A・｛L_A／（L_A+L_B）＋L_B／（L_A+L_B)｝＝L_A

財 B の生産者は L_B 人より，L_B・｛L_A／（L_A+L_B）＋LB／（L_A+L_B)｝＝L_B

財 A の生産者 L_A 人は，財 B の生産者のために，L_A・{ L_B／（L_A+L_B）}

財 B の生産者 L_B 人は，財 A の生産者のために，L_B・{ L_A／（L_A+L_B）}

よって，マルクス的均衡の場合,「説明３」と「説明４」の労働量は同じである。本稿は，

このパイプが，変化するということを主張する。

12　2 財の場合（モデル）

財 A と財 B の 2 財。簡便化のため，A 財においてプロセスイノベーションが発生したとする。

財 A の生産者の財 B の消費の効用と財 B を購入する時の貨幣の効用の和は以下の通りである。財 B の生産関数を $f_B(L_B)$とし，財 A の生産者の賃金を w_A とし，財 B の生産者の賃金を w_B とする。

$$u_A(f_B(L_B)) + v_A(w_A \cdot L_A - w_B \cdot L_B) \quad (51)$$

ここで，財 A の生産者 L_A 人は，財 B の生産者に財 A を $w_A \cdot L_A$ で売り，財 A の生産者は，$w_A \cdot L_A$ の所得を得る。自らは，財 B を $f_B(L_B)$購入し，財 B の生産者に， $w_B \cdot L_B$ の対価を払う。$u_A(f_B(L_B))$は，財 A の生産者の財 B の消費の効用である。$v_A(w_A \cdot L_A - w_B \cdot L_B)$は，財 A の生産者の貨幣の効用である。

$$u_B(A \cdot f_A(L_A)) + v_B(w_B \cdot L_B - w_A \cdot L_A) \quad (52)$$

ここで，財 B の生産者は，財 A の生産者に財 B を $w_B \cdot L_B$ で売り，財 B の生産者は，$w_B \cdot L_B$ の所得を得る。自らは，財 A をプロセスイノベーション分増加した $A \cdot f_A(L_A)$を以前と同じ金額の $w_A \cdot L_A$ だけ，財 A の生産者に支払う。$u_B(A \cdot f_A(L_A))$は，財 B の生産者の財 A の消費の効用である。$v_B(w_B \cdot L_B - w_A \cdot L_A)$は，財 B の生産者の貨幣の効用である。

数式 51，数式 52 に対して，消費者＝生産者のクールノー＝ナッシュ的行動を仮定する。つまり，数式 51 に対して，財 A の生産者 L_A は，自分の財がどれだけ売れるか制御できない。つまり，財 B の生産者の行動しだいである。しかし，財 B をいくら買うかは，財 A の生産者は容易に制御できる。したがって，L_A を所与として，L_B の関数として，数式 51 の最大値を求める。

$$f'_B(L_B) \cdot u'_A(f_B(L_B)) - w_B \cdot v'_A(w_A \cdot L_A - w_B \cdot L_B) = 0 \quad (53)$$

ここで，十分小さな L_B に対して，

$$f'_B(L_B) \cdot u'_A(f_B(L_B)) > w_B \cdot v'_A(w_A \cdot L_A - w_B \cdot L_B)$$

十分大きな L_B に対して，

$f'_B(L_B) \cdot u'_A(f_B(L_B)) < w_B \cdot v'_A(w_A \cdot L_A - w_B \cdot L_B)$としておく。

次に，財 A と財 B を逆にし，L_B を所与として，L_A の関数として，数式 52 の最大値を求める。

$$A \cdot f'_A(L_A) \cdot u'_B(A \cdot f_A(L_A)) - w_A \cdot v'_B(w_B \cdot L_B - w_A \cdot L_A) = 0 \quad (54)$$

(53)を時間 t で微分する。

$$\dot{L}_B \cdot f''_B(L_B) \cdot u'_A(f_B(L_B)) + f'_B(L_B) \cdot \dot{L}_B \cdot f'_B(L_B) \cdot u''_A(f_B(L_B)) - w_B \cdot (w_A \cdot \dot{L}_A - w_B \cdot \dot{L}_B) \cdot v''_A(w_A \cdot L_A - w_B \cdot L_B) = 0 \quad (55)$$

(54)を時間 t で微分する。

$\dot{A} \cdot f'_A(L_A) \cdot u'_B(A \cdot f_A(L_A)) + A \cdot \dot{L}_A \cdot f''_A(L_A) \cdot u'_B(A \cdot f_A(L_A)) + A \cdot f'_A(L_A) \cdot \{\dot{A} \cdot f_A(L_A) + A \cdot \dot{L}_A \cdot f'_A$

$$(L_A)\}\cdot\ u''_B(A\cdot f_A(L_A))-w_A\cdot(w_B\cdot\dot{L}_B-w_A\cdot\dot{L}_A)\cdot v''_B\,(w_B\cdot L_B-w_A\cdot L_A)=0 \quad (56)$$

$$H=\begin{pmatrix} -w_A\cdot w_B\cdot v''_A & f''_B\cdot u'_A+f'_B{}^2\cdot u''_A+w_B{}^2\cdot v''_A \\ A\cdot f''_A\cdot u'_B+A^2\cdot f'_A{}^2\cdot u''_B+w_A{}^2\cdot v''_B & -w_A\cdot w_B\cdot v''_B \end{pmatrix}$$

と置く。　　(56)

$$J=\begin{pmatrix} \dot{L}_A \\ \dot{L}_B \end{pmatrix} \qquad K=\begin{pmatrix} 0 \\ \dot{A}\cdot f'_A\cdot u'_B+A\cdot\dot{A}\cdot f_A\,f'_A\cdot u''_B \end{pmatrix}$$

と置く。　　(57)

$$H\cdot J=-1\cdot K$$

$$\begin{aligned}\det(H)&=w_A{}^2\cdot w_B{}^2\cdot v''_A\cdot v''_B-(f''_B\cdot u'_A+f'_B{}^2\cdot u''_A+w_B{}^2\cdot v''_A)\\&\cdot(A\cdot f''_A\cdot u'_B+A^2\cdot f'_A{}^2\cdot u''_B+w_A{}^2\cdot v''_B)\\&=-1\cdot\{(f''_B\cdot u'_A+f'_B{}^2\cdot u''_A)\cdot(A\cdot f''_A\cdot u'_B+A^2\cdot f'_A{}^2\cdot u''_B+w_A{}^2\cdot v''_B)\\&\quad+(f''_B\cdot u'_A+f'_B{}^2\cdot u''_A+w_B{}^2\cdot v''_A)\cdot(A\cdot f''_A\cdot u'_B+A^2\cdot f'_A{}^2\cdot u''_B)\}<0\end{aligned} \quad (58)$$

$$J=-1\cdot H^{-1}\cdot K \quad (59)$$

$$-1\cdot H^{-1}=\{1/\det(H)\}\cdot\begin{pmatrix} w_A\cdot w_B\cdot v''_B & f''_B\cdot u'_A+f'_B{}^2\cdot u''_A+w_B{}^2\cdot v''_A \\ A\cdot f''_A\cdot u'_B+A^2\cdot f'_A{}^2\cdot u''_B+w_A{}^2\cdot v''_B & w_A\cdot w_B\cdot v''_A \end{pmatrix}$$

$$\dot{L}_A=\{1/\det(H)\}\cdot(f''_B\cdot u'_A+f'_B{}^2\cdot u''_A+w_B{}^2\cdot v''_A)\cdot(\dot{A}\cdot f'_A\cdot u'_B+A\cdot\dot{A}\cdot f_A\,f'_A\cdot u''_B) \quad (60)$$

$$\dot{A}\cdot f'_A\cdot u'_B+A\cdot\dot{A}\cdot f_A\,f'_A\cdot u''_B=\dot{A}\cdot f'_A\cdot\{u'_B(A\cdot f_A(L_A))+A\cdot f_A(L_A)\cdot\ u''_B(A\cdot f_A(L_A))\} \quad (61)$$

$u'_B(A\cdot f_A(L_A))+A\cdot f_A(L_A)\cdot\ u''_B(A\cdot f_A(L_A))<0$ の時，$\dot{L}_A<0$ で，A 財の生産者の数が減少に転ずる。

$$\dot{L}_B=\{1/\det(H)\}\cdot w_A\cdot w_B\cdot v''_A\cdot(\dot{A}\cdot f'_A\cdot u'_B+A\cdot\dot{A}\cdot f_A\,f'_A\cdot u''_B)\leqq 0\quad(v''_A\leqq 0\ より) \quad (62)$$

B 財の生産者の数は，同じか減少に転じる。まさしく，これは，全面的景気後退の局面であ

る。

13　2 財の場合のプロセスイノベーションの深化によるエンゲル係数の推移

第 11 章で，生産者の人数の推移をみた。本章で，第 10 章で展開した議論に少しばかり考察を加える。

つまり，A 財のエンゲル係数＝$w_A \cdot L_A$，B 財のエンゲル係数 $w_B \cdot L_B$，のとき，B 財に対して A 財のエンゲル係数はどう変化するであろうか？本章では，簡便化のため，$v_A(m)=v_B(m)=m$，$w_A=w_B=w$，$f_A(L_A)=L_A$，$f_B(L_B)=L_B$　とする。そうすると，$v'_A(m)=v'_B(m)=1$ である。

式(53)に代入して，

$$u'_A(L_B)=w \tag{63}$$

式(54)に代入して，

$$A \cdot u'_B(A \cdot L_A)=w \tag{64}$$

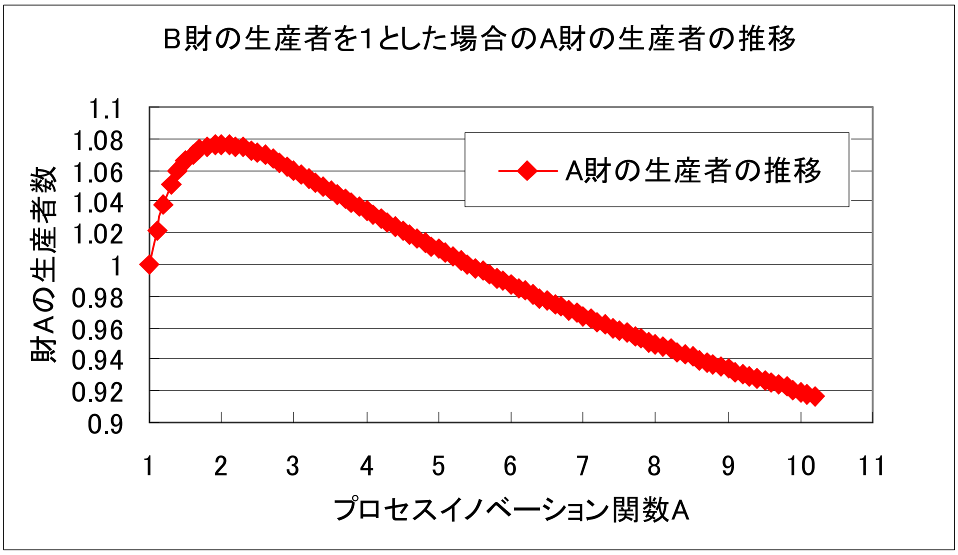
式(63)と式(64)より，w を消去する。

$$u'_A(L_B)=A \cdot u'_B(A \cdot L_A) \tag{65}$$

もし，$u_A(L)=u_B(L)=\log(L)$　とすると，

$$\text{式(65)は，} 1/L_B=1/L_A \quad \text{となる。} \tag{66}$$

よって，プロセスイノベーション関数 A によらず，$w \cdot L_B=w \cdot L_A$ となり，エンゲル係数の変化はない。$u_A(L)=u_B(L)=\log(\log(L+1)+1)$の場合，$L_B=1$ とし，式(65)の関係より，EXCEL のソルバー機能により，L_A の推移を見る。



この形の効用関数の場合，プロセスイノベーションの深化により，当初は，A 財の生産者が増大する(＝A 財のエンゲル係数が増加する。)が，そのうち，A 財の生産者が減少に転じ，A 財のエンゲル係数が減少する。

14　まとめ

本稿は，第 10 回進化経済学会北海道大会で報告した私の論文，『プロセスイノベーションと貨幣　～ケインズ経済学とシュンペーター経済学の融合を目指して～』を精緻化及び発展させた論文である。思えば，私の一生の内の最高傑作である，22 年前の 25 歳の時の論文，『資本主義の生成と初期の構造』(未だに認められていないが)の経済理論の部分を抽出した論文を，第 6 回進化経済学会大阪大会で，『ロビンソン＝クルーソーの経済と現代資本主義経済　～実物体系からの景気循環論または不均衡動学～』として報告した。この時，司会の前進化経済学会会長，塩沢先生には，全く評価されなかったが，3 人の方に講評を頂いた。一人は，「マルクスの基本定理」の松尾匡先生で，新古典派経済学との違いとして，「労働時間の下方硬直性」の仮定を説明する必要があるとのことであった。これについては，翌年の進化経済学会で回答を報告した。後は，七條達弘先生と山崎好裕先生で，どちらの先生がどちらを言われたか失念したが，「インプリケーションがあって良かった。」というもので，もう一つが「この議論の大本はラムゼイが行っている」というものであった。この時，私はラムゼイの存在を知らなかった。それで「勉強しておきます。」と回答したが，何故か心に残っていた。「歴史理論」＝「グランドセオリー」の構築を，人生の最終目的とする私であるが，最近，マクロ経済学の研究に注力してみると，大学院以降のマクロ経済学は，D.ローマーの『上級マクロ経済学』に代表される通り，確かにラムゼイから出発している。マルクスとサムエルソンから始まった研究から，今現在やっとラムゼイに追いついた私であるが，本稿は，ラムゼイを追い越す作品である。『上級マクロ経済学』の中では，CRRA 効用関数(相対的危険回避度一定の効用関数＝Constant Relative Risk Aversion)が主に使われており，この効用関数の特徴(＝相対的危険回避度一定)に制約を受け，面白みが無く，またインプリケーションも少ない。本稿は，方法論的には，『上級マクロ経済学』に良く似ているが，「効用関数 u(c)＝log(log(c＋１)＋1)の特徴」を説明しながら，もっと豊富なインプリケーションをもたらせられればと想い執筆を進めた。確かに新古典派の経済学は，勉強してみると，豊富な手法が開発されている。しかし，現実の事象さえも説明できない一面もある。本稿が，現実の一面を切り出し，光を与えることができれば幸いである。

【参考文献】

- Egashira Susum(2006) "A Present Appreciation of Evolutionary Economics　－A Historical Characterization of the Alternative Thoughts of Economics in the Light of Evolutionism"　*EIER*(Volume3 Number1 September 2006)
- Paul A. Samuelson(1958) “An Exact Consumption-loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money” *Journal of Political Economy(*1958 December)467－482
- Masanao Aoki　Hiroshi Yoshikawa (2002)“Demand saturation-creation and economic growth”　*Journal of Economic Behavior & Organization* Vol.48 127－154
- Ramsey Frank P.(1928) "A Mathematical Theory of Savings" Economic Journal 38(December)　543-559
- 秋本耕二著(2001)『技術革新と経済構造』九州大学出版会
- 泉宏明(2001)『資本主義の生成　～封建制から資本主義への移行理論～』

進化経済学会第 5 回福岡大会論集

- 泉宏明(2002)『ロビンソン＝クルーソーの経済と現代資本主義経済　～実物体系からの景気循環論または不均衡動学～』　進化経済学会第 6 回大阪大会論集
- 泉宏明(2003)『完全競争均衡は一般均衡か？　～予定調和の世界から自我の葛藤の世界へ～』進化経済学会第 7 回東京大会論集
- 泉宏明(2004)『費用関数から見た技術革新と経済社会の変化　～プロセスイノベーションとプロダクトイノベーションの発生過程の解明～』　進化経済学会第 8 回福井大会論集
- 泉宏明(2005)『飽和消費と貨幣　～ケインズ経済学とシュンペーター経済学の融合を目指して～』　進化経済学会第 9 回横浜(すずかけ台)大会論集
- 泉宏明(2006)『プロセスイノベーションと貨幣　～ケインズ経済学とシュンペーター経済学の融合を目指して～』進化経済学会第 10 回北海道(北海道大学)大会論集
- 泉宏明(1986)『資本主義の生成と初期の構造　～封建制から資本主義への移行理論～』大同生命保険社内論文集『雄心會論叢』
- 岩井克人(1993)『貨幣論』　筑摩書房
- 岩井克人(2000)『二十一世紀の資本主義論』　筑摩書房
- 宇沢弘文(2003)『経済解析　展開篇』岩波書店
- 大住圭介(2003)『経済成長分析の方法』九州大学出版会
- 大瀧雅之(2005)『動学的一般均衡のマクロ経済学　～有効需要の貨幣の理論～』東京大学出版会
- 小野善康(1992)『貨幣経済の動学理論　～ケインズの復権～』東京大学出版会
- 小野善康(1996)『金融』　　岩波書店
- ケインズ(1983)『雇用･利子および貨幣の一般理論』塩野谷祐一訳 東洋経済新報社
- サムエルソン(1981)『経済学　原書第 11 版』　都留重人訳　岩波書店
- シュンペーター『経済発展の理論　上･下』塩野谷祐一･中山伊知郎･東畑精一訳　1977 年　岩波書店
- ドブリュー G.(1977)『価値の理論』丸山徹訳　東洋経済新報社
- 原千秋(2006)「連続時間モデルにおける異質なリスクに対する態度」『現代経済学の潮流 2006』岩本康志･太田誠･二神孝一･松井彰彦編　東洋経済新報社
- バーロー R.J. サラ･イ･マーティン(1997)『内生的経済成長論Ⅰ』大住圭介訳　九州大学出版会
- バーロー R.J. サラ･イ･マーティン(1998)『内生的経済成長論Ⅱ』大住圭介訳　九州大学出版会
- 福田慎一著(1995)『価格変動のマクロ経済学』東京大学出版会
- マキャンドレス，ウォーレス著(1994)『動学マクロ経済学』　川又邦雄　國府田桂一　酒井良清　前多康男訳　創文社
- 溝畑茂(1973)『数学解析　上』朝倉書店

- 森嶋通夫(1974)『マルクスの経済学』高須賀義博訳　東洋経済新報社
- ローマー.D(1998)『上級マクロ経済学』堀雅博･岩成博夫･南條隆訳　日本評論社
- 脇田成(1998)『マクロ経済学のパースペクティブ』日本経済新聞社

【本稿のおける補足】

① ロビンソン＝クルーソーの世界では，労働の苦痛により，労働時間が減少した。市場経済では，他者の貨幣を保有するという動機によって，労働時間が減少した。(一人当たり労働時間が 8 時間労働等一定であるならば，非自発的失業に追い込まれる。) この二つの世界の違いを導き出す式は良く似たものである。この意味の違いは，財の効用を評価する人間が，自分自身なのか(＝労働の苦痛)，他者なのか(＝貨幣保有の要求＝老後に備える等)の違いにある。市場経済分析において，生産者と消費者の「自我の対立」が重要な概念となる。

② マルクス経済学者は，「労働価値説」をいまだに放棄しない(?)。しかし，やはり市場経済分析には，「価値」とともに「貨幣」が重要である。ある意味で，「労働価値説」が通用する社会は，健全なのかもしれない。歴史的に見て，「貨幣」(＝「交換」または，富の貯蔵)は人間の起源とともに存在したとする人もいるが，私自身は，「価値」ではなく，「貨幣」が主役にでたのは，封建制の崩壊過程以降であると思う。「封建制」までの歴史は，マルクス的「価値」で解釈できるが，市場経済の分析には，「価値」のみでは，やはり不十分である。

③ 前作の『プロセスイノベーションと貨幣　～ケインズ経済学とシュンペーター経済学の融合を目指して～』では，世代重複モデル(OLG)を扱っていたが，今回は，頁及び数式の簡便化から，あまり OLG に立ち入ることができなかった。前作で分析したとおり，OLG により，新古典派の「競争により利潤 0」という主張に対して，正の利潤が必要であり，または，老後のために封建制の「身分制」の代わりとしての「貨幣」の必要性が導き出せる点は重要である。このあたりの整理は，一年に一作する来年の課題としたい。

④ 「富める国」はますます「富み」，「貧しい国」はますます「貧しく」なるのは，「富める国」は，しっかりとした教育を受けることができる。よって「限界相対的効用増加率」が正のものを作ることができ，「限界相対的効用増加率」が負のものは，「貧しい国」で作ってもらうからである。「限界相対的効用増加率」が負のもののプロセスイノベーションの遂行は，本稿で分析した通り，失業者を増やすだけである。これが貧乏の輸出である。

⑤ われわれが学ぶ経済学は，スタインベックの『怒りの葡萄』を超えたのであろうか？この本の中で，既に，「銀行」と「トラクター」が「世界大恐慌」の要因であることがはっきりと書かれている。この本は，もう何十年も昔のものである。新古典派もマルクス経済学者も，学問を生活の糧とする以上，現実の説明責任を最低限負っているのである。

⑥ 新古典派経済学者のケインズ理解は，「(名目？)賃金の下方硬直性」により失業が起こるとしており，「賃金」を引き下げれば失業がなくなると主張する。本稿で示した通り，エンゲル係数という尺度を持ち込めば，「賃金」引き下げが良い選択ではないことが容易に説明できる。もしかしたら，賃金の引き下げよりも，労働力移動をしやすい環境を作ったほうがよいのかもしれない。または，ワークシェアリングという手法もあるかもしれない。

⑦ 現在の主流の「マクロ経済学」では，ほとんど，CRRA 効用関数を使っている。(CRRA 効用関数の特殊な場合が LOG 効用関数である。)数式処理のしやすさという面でのみ，CRRA 効用関数のみを扱っていないか？確率微分方程式等，高度なように見える数理経済学の背景に，最も基本となる効用関数の特殊性に依存しているとしたら，学問的には，何の価値もないと思うのは，私だけであろうか？最近，吉川洋先生等の「Logistic Growth」は，この反省であろうか？

⑧ 「価値」（＝労働時間）と「貨幣」の大きな違いは何であろうか？それは，「価値」が「時間」に依存するのに対して，「貨幣」が「時間」を越えることができるという点である。バブルの崩壊に見られるように，株の大暴落により，一瞬の内に財産を失う人が多数いた。これは，封建制以前の財の裏づけである労働時間という「価値」からは考えられないことである。資本主義体制が始まって以降，「貨幣」が「価値」から一人歩きを始めたのである。よって，資本主義社会を分析するためには，「価値」と「貨幣」の二つの要素を分析しなければならない。「価値」と「貨幣」の時間概念の違いにより，「価値」が常に「有限の世界」（=存在を距離空間とすると,有界閉集合=コンパクト）なのに対して，「貨幣」が「時間」を越えるという，なんらかの「無限性」を秘めているのである。

⑨ 「価値」と「貨幣」を再考すると，「貨幣」は，資本主義にとって，或る意味で「観念」の世界である。「貨幣」は一番大事なものと考えることには，反発する人がいるかも知れない。しかし，次のことに反発する人は，ほとんどいないであろう。

　「老後には，貨幣財産が必要である。」

まさしく，封建制以前には，「忠」と「孝」が必要とされ，「老人」は，血縁関係･氏族関係･身分制により生きることができた。資本主義社会になって，既に働けなくなった，「老人」は，自分の過去の貯蓄を「貨幣」にかえて，生活しなければならないのである。「貨幣」の安定性は，資本主義にとって，非常に重要である。しかし，時に「バブルの崩壊」等，「貨幣」は人を裏切るのである。