RBC理論による景気循環の存在の証明 ～効用関数 $u(c) = \log(\log(c+1)+1)$ の特徴～

泉　宏明 (エルピーダメモリ株式会社勤務
広島大学大学院社会人大学院生
e-mail　 ecoeco アットマーク kbe.biglobe.ne.jp)
高橋　勝彦 (広島大学大学院工学研究科教授)

2008/7/19 脱稿　2011 年 1 月追記

現在のマクロ経済学は、『マクロ経済学のパースペクティブ』(脇田成著) [6] に代表されるように、ミクロ的基礎付けをもった、変分法による動的最適経路を求めることが最も基本となっている。本稿でも、Ramsey [4] から始まったこの手法を使い、マクロ経済学を発展させる。教科書『マクロ経済学のパースペクティブ』との違いは、効用関数として、CRRA 効用関数 (相対的危険回避度一定の効用関数) ではなく、効用関数 $u(c) = \log(\log(c+1)+1)$ 型のものを用い議論する。これにより、従来使用されていた CRRA 効用関数では表に出てこなかった豊富なインプリケーション、特に「非自発的失業」の厳密な定式化および「景気循環」の存在が導ける。

キーワード　：　プロセスイノベーション　Real Business Cycle(=RBC)
相対的危険回避度　マクロ経済学のミクロ的基礎付け

1　はじめに

最近、マクロ経済学の研究に注目してみると、『マクロ経済学のパースペクティブ』に代表される通り、ラムゼイから出発している。『マクロ経済学のパースペクティブ』の中では、CRRA 効用関数 (相対的危険回避度一定の効用関数=Constant Relative Risk Aversion Utility Function) が主に使われており、この効用関数の特徴 (相対的危険回避度一定) に制約を受け、著者の言いたいことが理論的展開としては表されていないと考えられる。本稿は、方法論的には、『マクロ経済学のパースペクティブ』に

良く似ているが、効用関数 $u(c) = \log(\log(c+1)+1)$ を用いることについて議論する。その効用関数の特徴を説明しながら、理論的に厳密に、更に豊富なインプリケーションをもたらせることについて示す。本稿では、まず、ロビンソン=クルーソーの世界において、プロセスイノベーションが遂行されると、財の効用と労働の負効用を鑑み、労働の苦痛から労働時間を短縮する場合があることについて厳密な定式化を行う。その上で、必要労働時間が減少する場合、市場経済の中では、生産者一人あたり労働時間の下方硬直性 (例えば、1 日 8 時間労働等) から、生産者人口が減少する (非自発的失業が発生する) ことを理論化する。つまり、脇田 [6](P70〜P78) は、「ただし、この例では労働量は常に一定であり、労働時間の変動が考慮できない。」(P77) と述べているように、労働時間の変動の定式化に失敗している。なぜ失敗したかという理由を先に述べると、効用関数を log 型としているからである。

尚、現在の RBC 理論を扱ったほとんどの論文でも、“Calibration” では log 型効用関数が使われている。例えば、もっともショッキングな題名の論文として、Francis and Ramey [2] の “Is the technology-driven real business cycle hypothesis dead? Shocks and aggregate fluctuations revisited” がある。この論文では、Introduction の最後で、“In that sense, the original technology-driven real business cycle hypothesis does appear to be dead.” とされている。この理由は、Conclusions の中で、“First, the data are at odds with the predictions of the technology-driven real business cycle hypothesis. At the heart of this hypothesis is the idea that positive technology shocks lead to positive comovements of output, hours, and productivity. Our empirical results show the robustness of the negative impact of technology on hours in the short-run.” と述べられている。この論文でも、やはり、log 型効用関数が使われている。本稿では、効用関数として、$u(c) = \log(\log(c+1)+1)$ を使うことにより、“Technology-driven real business cycle hypothesis” が経験則と整合的であることを示す。

更に、脇田は、次のように述べている。「非自発的失業とは何か、という根本的な疑問に対し、実は不思議なことにミクロ的な基礎づけを目指す理論的研究はほとんど成功していない。…… しかし、だからといって、ヨーロッパ各国のように 10 %前後の持続的な失業率に悩む国や、1930 年代の大不況下 30 %にものぼる失業率が「自発的失業」であるとも考えにくい」(P86)。本稿は、まさに「非自発的失業」および「景気循環の存在」を RBC の立場から (マクロ経済学のミクロ的基礎付けを持ったものとして)、理論的に説明するものである。

2 ロビンソン=クルーソーの世界 (労働の負効用の存在)

まず、最も簡単なロビンソン=クルーソーの経済 [3] から分析しよう。基準時 t_0 に、労働 L 時間および資本量 K を投下することによって、財 $Y = f(A_{t_0}, K, L)$ 単位を得る。時間が進み、技術進歩の一方であるプロセスイノベーション A が絶え間なく行われた結果 (もう一方の技術進歩はプロダクトイノベーションである。プロセスイノベーションとプロダクトイノベーションが相互に関連しながら景気循環の要因となることを本稿で証明する。)、時間 t 時点で、財の生産関数が $Y = f(A, K, L)$ と定式化できるとする。ここで、A、K、L は時間 t の関数である。

$f(A, K, L)$　時間 t の生産関数

$f_A(A, K, L) > 0$

ここで、$f_A(A, K, L) = \partial f(A, K, L)/\partial A$ と表すとする。以下同様。

ここで、$f_L(A, K, L) > 0$、$f_{LL}(A, K, L) \leqq 0$

$f_K(A, K, L) \geqq 0$、$f_{KK}(A, K, L) \leqq 0$ とする。

$u(c)$　財 c の効用関数

ここで、$u'(c) > 0$、$u''(c) < 0$ とする。

$v(L)$　労働を L 行うことによる、労働の苦痛 (負の効用)

ここで、$v'(L) > 0$、$v''(L) \geqq 0$ とする。

$A(t)$　基準時 t_0 から時間 t を経た時のプロセスイノベーション関数

ここで、$A(t) \geqq 1$、$A'(t) > 0$ とする。

つまり、常にプロセスイノベーションが進むとする。

本章で、従来の RBC 理論の複雑な方程式を簡便化する手続きを示す。本稿で解析したい方程式は以下のタイプである。

$$\max u(f(A, L)) - v(L) \tag{1}$$

上記の $u(f(A, L))$ は、その商品の買いたいと思う魅力である。$v(L)$ は、商品を得るための労力である。つまり、いかに金儲けが難しいかの指標である。商品の魅力と金儲けの難しさを比べて、効用が最大化する労働量に決まるのである。

では、正式に分析しよう。本稿では、簡便化のため、資本蓄積 (つまり貯蓄量) と消費量が常に一定と仮定する。この仮定は、1971 年ノーベル経済学賞受賞のクズネッツの「平均消費性向の長期安定性」として、よく知られているものである。つまり、本稿では、ケインズ型の短期消費関数の

仮定は置かない。

$$Y = c + \dot{K} \qquad \dot{K} = dK/dt = sY \tag{2}$$

ここで、s は時間 t によらず、常に一定の値。但し、$1 > s \geqq 0$ とする。

以上を前提としてロビンソン=クルーソーの効用の最大化を考える。以降、効用の加法が可能だとしておく。

まず、財の消費量 c は、$c = Y - \dot{K} = Y - sY = (1-s)Y$ である。$\eta = 1 - s$ と置くと、$c = \eta Y = \eta f(A, K, L)$ である。また、生産関数 $(= Y = f(A, K, L))$ は、状態変数 K と操作変数 L および、外生的に与えられる A によって決まるものとする。

ロビンソン=クルーソーは以下の式 (つまり自らの効用) を最大化するように労働時間 L を選択する。

$$\max \quad \int_0^{+\infty} \{u(\eta f(A, K, L)) - v(L)\} \exp(-\rho t) dt \tag{3}$$

$$\text{subject to} \quad \dot{K} = sf(A, K, L)$$

ここで、ρ は、時間割引率。

式 (3) の $Hamiltonian$ は以下の通りとなる。

$$H_t = \{u(\eta f(A_t, K_t, L_t)) - v(L_t)\} \exp(-\rho t) + \lambda_t s f(A_t, K_t, L_t) \tag{4}$$

式 (4) の $Hamiltonian$ を労働時間 L で微分する。

$$\begin{aligned} &\{\eta f_L(A_t, K_t, L_t) u'(\eta f(A_t, K_t, L_t)) - v'(L_t)\} \exp(-\rho t) \\ &\qquad + \lambda_t s f_L(A_t, K_t, L_t) = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

また、$Hamiltonian$ の性質から、

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_t &= -\partial H_t / \partial K \\ &= -\eta f_K(A_t, K_t, L_t) u'(\eta f(A_t, K_t, L_t)) \exp(-\rho t) - \lambda_t s f_K(A_t, K_t, L_t) \end{aligned} \tag{6}$$

が成り立つ。仮定より、

$$\dot{K} = sf(A_t, K_t, L_t) \tag{7}$$

最後に、横断性条件は、

$$\lim_{t \to +\infty} \lambda_t K_t = 0 \tag{8}$$

以上の式 (5)〜(7) の方程式を解き、式 (8) を満たせば、式 (3) を最大化する動的労働時間 L が定まる。しかし、一般に、この非線形偏微分方程式を解くのは、困難である。よって、次章で、資本量 K が常に一定、つまり $s = 0$ の場合を解く。

3　資本量が一定の場合の特性解析

本章で資本量が一定、すなわち、$s=0$、つまり $\eta=1$ かつ、$\dot{K}=0$ の場合の特性解析を行う。$s=0$ と $\dot{K}=0$ より式 (7) が成り立つ。式 (6) の右辺は、$f_K(A_t, K_t, L_t)=0$ より 0 となり、$\dot{\lambda}_t=0$ となる。式 (8) を満たすために $K=$ 定数 より $\lambda_t=0$ をとればよい。よって、式 (5) を考えると、$s=0$ かつ $\exp(-\rho t)>0$ であるから、

$$f_L(A_t, L_t)u'(f(A_t, L_t)) - v'(L_t) = 0 \tag{9}$$

の微分方程式を解けばよい。

式 (9) を、時間 t で微分して変分法により、式 (3) を最大化する労働時間 L を求める。ここで、$dA/dt=\dot{A}$とし、$dL/dt=\dot{L}$ と表記する。

$$\dot{A}f_{AL}u' + \dot{L}f_{LL}u' + f_L\dot{A}f_Au'' + f_L\dot{L}f_Lu'' - \dot{L}v'' = 0 \tag{10}$$

式 (10) を、$\dot{L}$ について整理する。

$$\dot{L} = \frac{-\dot{A}\{f_{AL}u' + f_Af_Lu''\}}{f_{LL}u' + f_Lf_Lu'' - v''} \tag{11}$$

式 (11) の分母は、$f_{LL}\leqq 0$、$u'>0$、$f_L>0$、$u''<0$、$v''\geqq 0$ より負となる。また、$\dot{A}>0$ である。したがって、式 (11) より、

$$f_{AL}u' + f_Af_Lu'' > 0 \tag{12}$$

が成り立つときに、式 (11) の右辺が正となる。つまり $\dot{L}$ が正となり、労働時間が増加する。更に、式 (11) より

$$f_{AL}u' + f_Af_Lu'' < 0 \tag{13}$$

が成り立つときに、式 (11) の右辺が負となる。つまり $\dot{L}$ が負となり、労働時間が減少する。

よって、$\dot{L}$ が、正から負に転じるとき、すなわち

$$f_{AL}u' + f_Af_Lu'' = 0 \tag{14}$$

のときに、式 (3) が最大となる経路上で、最大の労働時間となる (一般にこの解は複数ある可能性はあるが、本稿では、この解が一つになるような効用関数及び生産関数を提示する)。上記式は以下と一致する。

$$\frac{\partial^2}{\partial A\partial L}u(f(A, L)) = 0 \tag{15}$$

整理すると、

$$\frac{\partial}{\partial A}\frac{\partial}{\partial L}u(f(A,L)) = 0 \tag{16}$$

式 (16) の左辺が正から負に転じる時、労働時間 L が減少に転じる (この式 (16) の条件が、本稿のキーとなる)。つまり、ロビンソン=クルーソーは、プロセスイノベーションの遂行により、ある種の財では、最初プロセスイノベーションが進めば進むだけ、労働を増加させて、財の生産量を増やしていく。しかし、更にプロセスイノベーションが進むと、財の生産に更なる労働時間を割りあてることなく、労働時間の短縮を選択するという行動を選ぶことによって、消費の効用と労働の負効用を合わせたものを、最大化する。

この、式 (16) の意味は何であろうか？

4　$(\partial/\partial A)(\partial/\partial L)(u(f(A,L)))$ と CRRA 効用関数

実は、式 (16) の条件は、「相対的危険回避度」 [5] として知られているものと、密接な関係がある。相対的危険回避度は、以下の式で与えられる。

$$-xu''(x)/u'(x) \tag{17}$$

もし $f(A,L)$ がコブ=ダグラス型生産関数 [5]($Y = f(A,L) = AL^{\gamma}\quad 0 < \gamma \leqq 1$) を更に拡張した、$f(A,L) = \alpha(A)\beta(L)$、と A と L の変数分離型で表されるとする。そうすると、

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial A}\frac{\partial}{\partial L}u(f(A,L)) \\
&= \frac{\partial^2}{\partial A\partial L}u(\alpha(A)\beta(L)) \\
&= \frac{\partial}{\partial L}(\alpha'(A)\beta(L)u'(\alpha(A)\beta(L))) \\
&= \alpha'(A)\beta'(L)u'(\alpha(A)\beta(L)) + \alpha'(A)\beta(L)\alpha(A)\beta'(L)u''(\alpha(A)\beta(L)) \\
&\quad = \alpha'(A)\beta'(L)\{u'(\alpha(A)\beta(L)) + \alpha(A)\beta(L)u''(\alpha(A)\beta(L))\}
\end{aligned} \tag{18}$$

ここで、$x = \alpha(A)\beta(L)$ と置く。

$$\begin{aligned}
&\alpha'(A)\beta'(L)\{u'(\alpha(A)\beta(L)) + \alpha(A)\beta(L)u''(\alpha(A)\beta(L))\} \\
&= \alpha'(A)\beta'(L)\{u'(x) + xu''(x)\} \\
&= \alpha'(A)\beta'(L)\{d(xu'(x))/dx\}
\end{aligned} \tag{19}$$

結局、以下の式が成り立つ。

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial A}\frac{\partial}{\partial L}u(f(A,L))\\&=(\alpha'(A)\beta'(L))d(xu'(x))/dx\end{aligned} \tag{20}$$

$f_A > 0, f_L > 0$ より、

$$\alpha'(A)\beta'(L) > 0 \tag{21}$$

が成り立つから、式 (20) が正から負に転じた場合、つまり式 (16) 及び式 (11) より、$\dot{L}$ が正から負に転じる場合を考える。つまり、

$$d(xu'(x))/dx = u'(x) + xu''(x) < 0 \tag{22}$$

$u'(x)$ が正としているから

$$-xu''(x)/u'(x) > 1 \tag{23}$$

となり、まさしく、式 (23) のように「相対的危険回避度」が 1 より大きくなった場合に式 (22) が成り立ち、その結果として式 (20) が負となり、式 (11) は負となるから、効用を増加させるために、ロビンソン=クルーソーは、労働時間の短縮を行う。

しかし、CRRA 効用関数の場合は、「相対的危険回避度」が常に一定のため、式 (20) が 式 (20) = 0 となる解を持たないかまたは時間 t に無関係に常に成り立つかのいずれかである。その結果として、労働時間が単調増加するか単調減少するかまたは常に一定かのいずれかであり、景気循環の存在が証明できないことを以下に示す。CRRA 効用関数とは以下の式で表される [5]。

$$\begin{aligned}u(x) &= \{x^{1-\theta}-1\}/\{1-\theta\} &&\theta(>0\text{ かつ }\neq 1)\text{ は一定値}\\&=\log(x) &&\theta = 1\end{aligned} \tag{24}$$

$$u'(x) = x^{-\theta} \tag{25}$$

$$u''(x) = -\theta x^{-1-\theta} \tag{26}$$

式 (25)、(26) より CRRA 効用関数の相対的危険回避度は、

$$-xu''(x)/u'(x) = \theta \tag{27}$$

となり、常に一定値 $(=\theta)$ であり、結果として、式 (20) は常に正か常に負かまたは常に 0 かのいずれかであるから、式 (11) が常に正か常に負かまたは常に 0 のいずれかであり、労働時間が時間 t とともに単調増加するか単調減少するかまたは一定のいずれかになる。

「はじめに」で述べた、脇田の行った考察で使われている log 型効用関数 (ほとんどの RBC による理論展開で使われている CRRA 効用関数の更に特殊なもの) と、もう一つ一般的に使われているコブ=ダグラス型生産関数の組み合わせでは、「相対的危険回避度」が 1 のため、労働時間の変化が見とれないモデルと成っている。これが「はじめに」で述べた答えである。つまり、相対的危険回避度が 1 であるから、

$$-xu''(x)/u'(x) = 1 \tag{28}$$

式 (28) を変形すると、時間 t によらず、

$$xu''(x) + u'(x) = 0 \tag{29}$$

式 (20) と式 (11) により、常に、

$$\dot{L} = 0 \tag{30}$$

式 (3) を最大化する動的最適経路上の労働時間 L は、常に一定である。これが、脇田等が失敗に終わった原因である。

尚、付け加えておくが、生産関数が本稿のように変数分離型で表されない場合には、上記は一般的には成り立たない。例えば、生産関数が以下の場合である。

$$Y = f(A, L) = \log AL = \log A + \log L \tag{31}$$

この時、

$$\frac{\partial}{\partial A}\frac{\partial}{\partial L}u(f(A, L)) = (1/AL)u''(\log A + \log L) \tag{32}$$

となり、式 (20) を満たさず反例である。

更に、相対的危険回避度が 1 より大きな CRRA 効用関数は、式 (20) が常に負となり、労働時間が単調減少であり、景気循環が説明できない。

次の章で、消費量 c が小さいときは、相対的危険回避度が 1 より小さく (このとき、$xu''(x) + u'(x) > 0$ より $\dot{L} > 0$、結果として必要労働量が増加していき)、消費量 c が増加するに連れて、1 に等しくなり (このとき $xu''(x) + u'(x) = 0$ より $\dot{L} = 0$、その結果として、必要労働量が最大となり)、更に消費量 c が増加すると 1 より大きくなる (このとき $xu''(x) + u'(x) < 0$ より $\dot{L} < 0$、その結果として必要労働量が減少していく) という効用関数を提示しよう。

5　$\log(\log(x+1)+1)$ 型効用関数の特徴

ここに、前章の最後で述べた効用関数の 1 例として、$\log(\log(x+1)+1)$ 型効用関数について検討する。

$\log(\log(x+1)+1)$ の 1 階の微分を求める。ここで、$x \geqq 0$ とする。$X = \log(x+1)+1$ と置き、実際に微分してみる。

$$\begin{aligned} & d\log X/dx = (dX/dx)(d\log X/dX) \\ & = (x+1)^{-1}\{\log(x+1)+1\}^{-1} > 0 \end{aligned} \tag{33}$$

2 階の微分は、式 (33) をさらに微分して、

$$\begin{aligned} & -(x+1)^{-2}\{\log(x+1)+1\}^{-1} \\ & \quad -(x+1)^{-1}(x+1)^{-1}\{\log(x+1)+1\}^{-2} \\ & \quad = (x+1)^{-2}\{\log(x+1)+1\}^{-2}\{-\log(x+1)-2\} < 0 \end{aligned} \tag{34}$$

以上より「相対的危険回避度」は、$x = 0$ のときに、1 より小さく、$x \to +\infty$ のときに、1 より大きくなることが、以下の通り示される。

$$\begin{aligned} & u'(x) + xu''(x) \\ & \quad = (x+1)^{-1}\{\log(x+1)+1\}^{-1} \\ & \qquad + x(x+1)^{-2}\{\log(x+1)+1\}^{-2}\{-\log(x+1)-2\} \\ & \quad = (x+1)^{-2}\{\log(x+1)+1\}^{-2}\{(x+1)\{\log(x+1)+1\} \\ & \qquad - x\log(x+1) - 2x\} \\ & \quad = (x+1)^{-2}\{\log(x+1)+1\}^{-2}\{\log(x+1)+1-x\} \end{aligned} \tag{35}$$

$x = 0$ の時、式 (35) $= 1$、すなわち、この時、相対的危険回避度は < 1 となり、$x \to +\infty$ の時に式 (35) < 0 より、この時、相対的危険回避度は > 1 となり、中間値の定理より、$\log(x+1)+1-x = 0$ となる x が存在する。更に、驚くことに、$x \to +\infty$ の時に、$\log(\log(x+1)+1)$ は無限大となる。すなわち、この関数は、ceiling が存在しない。一方「相対的危険回避度」が 1 より大きな CRRA 効用関数は、ceiling が存在する。実際に、以下の式が成り立つ。

$$\lim_{x\to+\infty} u(x) = \lim_{x\to+\infty}\{x^{1-\theta}-1\}/\{1-\theta\} = -1/(1-\theta) \tag{36}$$

経済学的にこの ceiling が存在しない意義を考えると、次のようになる。例えば、日本の江戸時代、農民は年に何枚か着るものを持てば満足していたかもしれない。しかし、生産性が上がった今日では、年に何十枚も着るものを持ったほうが効用が増す。つまり、「着るもの」を持つ自体の効用

は、費用や物理的な制約を考えなければ、ceiling が存在しないと考えたほうが現実的である。

また、$u'(c) > 0$、$u''(c) < 0$ を満たし、更に c が 0 から $+\infty$ に変化するとき相対的危険回避度が 1 より小から 1 より大となるが、ceiling が存在する関数として、

$$u(x) = \arctan(x) \quad \text{ただし } x > 0 \tag{37}$$

を提示しておく。実際、

$$u'(x) = 1/(1 + x^2) > 0 \tag{38}$$

$$u''(x) = -2x/(1 + x^2)^2 < 0 \tag{39}$$

$$u'(x) + xu''(x) = (1 - x^2)/(1 + x^2)^2 \tag{40}$$

$$\lim_{x \to +\infty} u(x) = \pi/2 \tag{41}$$

よって、式 (40) より $x < 1$ の時に、相対的危険回避度は 1 より小さく、$x = 1$ の時に、相対的危険回避度は 1 で、$x > 1$ の時は、相対的危険回避度は 1 より大きい。そして、式 (41) より celing が存在する。$\log(\log(x+1)+1)$ 型効用関数の存在は、本稿の議論が一般的に成り立つことを示している。

6　市場シェアゲームによる一人あたり労働時間の下方硬直性の説明

以上までで、プロセスイノベーションの遂行により、必要労働時間が減少していく場合があることが明らかになった。本章では、市場経済または資本主義社会の場合、一人あたり労働時間の下方硬直性があることを、市場シェアゲームによって証明しておこう。従来研究では、Hansen が “Indivisible Labor and the Business Cycle” [3] という論文の中で、“Indivisible Labor ” という概念により、労働者がフルタイムで働くか、失業かのどちらか一方である場合を研究している (この論文は、脇田 [6] と同様、効用関数の特定に失敗している)。私が思いつく、一人あたり労働時間の下方硬直性の説明は、以下の三つである。

第 1 番目の方法は、経営者が労働者を雇う場合の「固定費」と「変動費」の類別からの説明である。

「固定費」とは、その人の暮らす社会において、文化的な最低限度の費用である。日本ならば、子供が学校を卒業するまで生産に寄与せず教育を受ける期間がある。雇用する場合、社員の健康を維持しなければならない。家族を養う費用が必要である。老後を保障する必要がある。会社では

1 人の社員に対して 1 つの事務机が必要である。会社までの交通費が必要である。会社の仕事を覚えさせるために、会社が社員を教育する必要がある。これらはいずれも生産にかかわらず固定して必要となる。「変動費」とは、商品を生産するために、1 時間働けば 1 単位の商品、8 時間働けば 8 単位の商品を生産できるように生産に応じて必要となるものである (ここで言う「固定費」と「変動費」は従来の定義とは若干違うかもしれない。労働者を雇う行為において発生するものである)。

簡単なモデルを以下に述べる。社員 1 人に対して、ζ の「固定費」が必要。1 時間労働あたり 1 単位の商品が生産可能。1 時間あたり w の「変動費」(ただし、労働運動等で得られた残業や休日出勤にみられる割り増し賃金は本稿では考えないので、w は常に一定)。「市場」からの要望は z 単位の商品。経営者は、z 単位の商品を生産するために、以下のコストを最小化した n 人を雇用する。

$$\min\{n\zeta + zw\} = \min\{(z\zeta)/\kappa(n) + zw\} = \min\{z(\zeta/\kappa(n) + w)\} \quad (42)$$

ここで、$n = z/\kappa(n)$ を用いている。$\kappa(n)$ は、一人あたり平均労働時間。

結局、$\kappa(n)$ が大きければ大きいほど費用は最小となり、長時間労働があたり前の社会となる。但し、労働運動により 8 時間労働等が実現していることは言うまでもない。単純労働では、仕事を覚えさせる教育等が必要でなく、固定費が小さく、パート等 1 日あたり労働時間が小さい場合もあるが、複雑な労働は、正社員が行い、8 時間以上働くのがあたり前になっている。

第 2 の方法は、Nash 均衡を用いた市場シェアゲームである。
労働時間に、生産量が比例する場合を考える。つまり、同じ技術、同じ質の労働者を前提とし、経営戦略として労働時間の選択のみ違う場合を考える。表 1 に市場シェアゲームの利得表を表す。

A 社 \ B 社	8 時間労働	2 時間労働
8 時間労働	share　50%　50%	share　80%　20%
2 時間労働	share　20%　80%	share　50%　50%

表 1　市場シェアゲームの利得表

(上記例の中には、失業という概念は隠されている。) この場合の Nash 均衡点は、A 社、B 社とも労働時間を 8 時間に設定することであり、シェアは 50 %ずつである. 資本主義社会において、シェアトップを獲得することは、自らの会社の製品を世界標準とすることができ、シェア以上の効

果がある。そのため「競争社会」と呼ばれる資本主義社会は、まさしく、不夜城と化したのである。

3 番目の方法は、マルクスの搾取による「労働日」の延長によるものである。

以上の 1〜3 の説明により、労働時間の下方硬直性が資本主義社会には存在する。労働時間の下方硬直性が強い場合には、ワークシェアリングが非常に困難であり、総必要労働時間が減少に転じたときに、失業が発生するのである。インサイダー・アウトサイダーの概念がこのため現れる。尚、ロビンソン=クルーソーの場合は、プロセスイノベーションの遂行により、必要労働時間が減少に転じたときは、自らの余暇に回すことができる。これが、資本主義社会とロビンソン=クルーソーの社会との大きな違いである。

7　数値例

ここで、本稿の議論を数値例にて確かめておく。
ここでは、資本 K が一定の場合を考える。つまり $s = 0$、$\dot{K} = 0$。また、分かりやすくするために、$\rho = 0$ としておく。効用関数 $u(c)$、労働の苦痛 (負の効用) $v(L)$、生産関数 $f(A, L)$ を次のように仮定する。
$u(c) = \log(\log(c+1)+1)+1$

(1 のオフセットを足しておく。本質的な影響は無い。)

$v(L) = 0.3 \times L$

$c = f(A, L) = AL$

$A =$ プロセスイノベーション関数

$L =$ 必要労働時間

このとき、次の消費の効用と労働の負の効用の和

$$\begin{aligned} &\max \quad u(c) - v(L) \\ &= \max \quad \log(\log(AL+1)+1)+1-0.3\times L \end{aligned} \tag{43}$$

を、時間 t を固定して、L の関数とみて最大化する。次に時間 t を変化させ、プロセスイノベーションが進んでいくときの労働人口 L の時間による変動を見る。この解を求めた結果が以下の図 1 である。但し、横軸としては、時間 t の増加関数であるプロセスイノベーション関数 A をとっている。

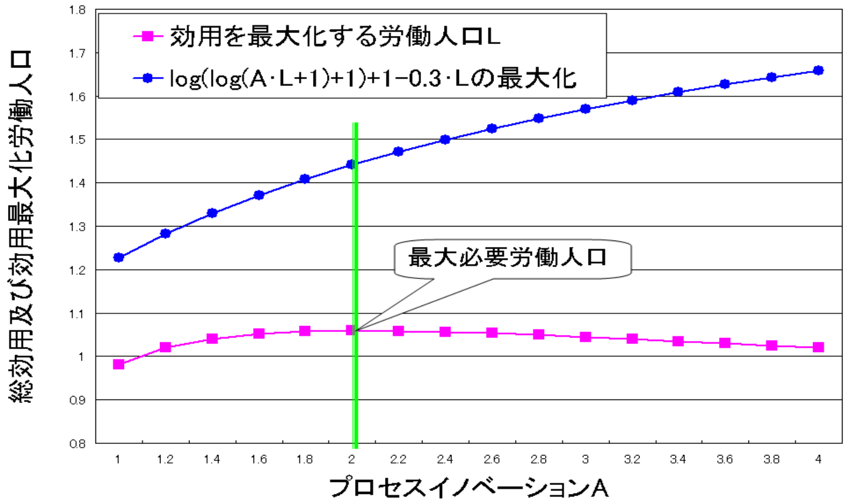

図 1　効用最大化と必要労働人口の推移

実際に L の最大値を求める。式 (43) を L で微分して 0 に等しいとおくと、

$$A\{AL+1\}^{-1}\{\log(AL+1)+1\}^{-1}-0.3=0 \tag{44}$$

式 (44) を時間 t で微分して、$\dot{L}=0$ を代入する。

$$\dot{A}\{AL+1\}\{\log(AL+1)+1\}-A\dot{A}L\{\log(AL+1)+1\}-A\dot{A}L=0 \tag{45}$$

式 (45) を整理して、次の式を得る。

$$\log(AL+1)+1-AL=0 \tag{46}$$

式 (44) と式 (46) より、

$$A\{AL+1\}^{-1}\{AL\}^{-1}-0.3=0 \tag{47}$$

整理すると、

$$L=1/\{0.3(AL+1)\} \tag{48}$$

また、

$$A=AL/L \tag{49}$$

式 (46) より、AL の値が得られる。式 (48) に代入して L が得られる。式 (49) に代入して、A が得られる。計算を実行すると、$AL=2.1462$、$L=1.0595$、$A=2.0257$ の厳密解を得る。

ここに、私たちは、プロセスイノベーションが進むにつれ、総効用は増加するが、その際に必要となる労働人口は減少するという、「豊作貧乏」や「ラダイツ運動」および「IT 不況」の厳密な定式化を飽和消費の前提無しで成功したのである。

8　まとめ

本稿では、効用関数として CRRA 効用関数に対して、新たな効用関数を提示した。本稿によって、RBC モデルやその他のモデルで多々使われている CRRA 効用関数について単純な CRRA 効用関数を使ったモデルでは、非自発的失業は説明できないという CRRA 効用関数の限界が明らかとなった。

一方、本稿で提示した $\log(\log(x+1)+1)$ 型効用関数では、「相対的危険回避度」が 1 より小から 1 を経て、1 より大となり、飽和消費 $(u'(x)<0)$ を仮定しなくても、つまり、財の効用に労働の負効用を加えた効用が増していくにもかかわらず、最大必要労働時間が減少していく現象が説明できることを示した。そこから、資本主義社会では、一人あたり労働時間の下方硬直性があるため、「非自発的失業」が発生するメカニズムも明らかになった。

飽和消費を仮定しなくても、非自発的失業や景気循環が存在することを説明できたメリットは、例えば、現在の日本の携帯電話市場に見られるように、以前と比べると鈍化はしているが、まだ少しずつ契約件数も増加している状態でも、携帯電話の生産から撤退するメーカーが現れ始めたように、飽和消費が発生する前に、まだ成長段階でも失業が発生していく状態を説明できたことである。

また、脇田 [6] が、『マクロ経済学のパースペクティブ』にて、「貧しいままの国」と「ますます富める国」の存在に言及している。この事実の私なりの理由付けは、「富める国」は、最先端の科学技術を使うことにより種々の財の内、「相対的危険回避度」が 1 より小さいものを選択して生産でき、「プロセスイノベーション」を起こせば起こすだけ、効用が増加するとともに、必要労働人口も増加し、更に雇用が雇用を生むという加速度原理により、非自発的失業も減少し、「ますます富める国」になっていくが、最先端の科学技術を使えない「貧しい国」は、「富める国」が作らなくなった、「相対的危険回避度」が 1 より大きいものしか作ることができず、一所懸命働いて、「プロセスイノベーション」を起こせば起こすだけ、「非自発的失業」が増えていき、「貧しいままの国」または失業が失業を生むという加速度原理により「ますます貧しくなっていく国」になるのである。更に失業者は子供の教育を受ける場を与えることができず、貧困の連

鎖も生じている。これは、国レベルに限らず、日本の格差社会にもあてはまるのではないかと危惧している。

本稿の更なる課題は、「貨幣」の導入、「複数財」の理論展開、更に政策レベルでは、「特許制度」等の提案、更には本稿ではあまり言及しなかったプロダクトイノベーションとプロセスイノベーションの関係等、多々考えられる。本稿が、市場経済または資本主義社会とはどのようなものか、一筋の光を与えることが出来れば幸いである。

9 今回の進化経済学会で発表するにあたっての追記事項

この章は、執筆者の一人である、泉宏明のみに責任のある追記事項である。高橋教授には了解を得ていないことに注意していただきたい。

本稿の内容は、既に 2008 年のリーマンショック以前に書いた論文である。リーマンショック以前には、進化経済学会のホームページに書いてある、一つの目標である「歴史的時間」を忘れてしまった「経済学者」が多数いた。格差社会と呼ばれる日本の現実に目をそむけ子細なことばかりに目を向ける経済学者には、リーマンショックという 100 年に一度と呼ばれた不況は、いい薬になったのではと思う。この章で、歴史的時間や制度経済学・経済学史的に本稿の数理的理論がいかに関係があるか述べていく。本章では特に引用文献は明示しない。

9.1 現在の不況の原因

本稿で示した効用関数を使うことによって、飽和消費を仮定しなくても、財の効用に労働の不効用 (金儲けの難しさ）を加えた効用が増していくにもかかわらず、プロセスイノベーションの遂行によって、最大必要労働時間が減少していく現象が説明できた。そこから、資本主義社会では、一人あたり労働時間の下方硬直性があるため、プロセスイノベーションが進むにつれ、必要労働時間が減少していく場合に、労働人口の減少となる「非自発的失業」や「景気循環」が発生するメカニズムも明らかになった。尚、驚くことに、本稿で提示した効用関数は、上限が存在しないことも示した。つまり、プロセスイノベーションが進むにつれ、財自身の効用は無限大となるが、労働の苦痛（金儲けのむずかしさ）も考慮した場合には、必要労働時間は減少していくことを証明した。

本稿の意義を現在の大不況を例に取って考えてみる。1929 年の世界大恐慌は、世界全体が農業社会から工業社会に移行する段階で起きた、最後で最大の「農業恐慌」であったといえる (ジョン・スタインベックが書

き、ピューリッツァー賞を受賞した『怒りの葡萄』の中に、大不況の原因は、「トラクター」とそのプロセスイノベーションの購入に手を貸す「銀行」が大きな要素であることが明確に書かれている。尚、スタインベックは 1962 年にノーベル文学賞も得ている。)。それに対して、現代の大不況は、先進国 (特にアメリカや日本) の従来産業、自動車等が成熟期または衰退期に入ったことにより、「相対的危険回避度」が 1 より大きな産業が増えてきたにもかかわらず、依然として競争社会の中で、生産性向上競争が積極的に行われており、また、それに対して、新しい雇用を生む産業が未成熟つまりプロダクトイノベーションが代替雇用を生む労働を必要とする産業になっていないことが原因である。

9.2　ケインズ経済学と集計量

　これは、泉が何度も繰り返して述べていることであるが、ケインズ経済学の限界について再考する。私の尊敬する森嶋通夫先生が、『マルクスの経済学』で述べておられる「マルクスの集計理論」を再考する。以下、『マルクスの経済学』より引用する。「マルクスは、所得、消費等のような集計量を測定するのに、市場的賃金-価格 (すなわち労働表示の市場価格) を用いて諸商品を集計したケインズと対比することができる。マルクスは、市場価格は偶然的な原因で容易に時々刻々と変化することを強調した。だから、もし市場価格がアグリゲーターとして用いられるならば、集計量の諸成分は、市場での支配的諸条件いかんによって、時々刻々ちがったウェートをもつことになる。マルクスは、自己の巨視的経済学をもっと堅固な基礎にすえたいと思い、価値のほうが価格よりももっと基礎的なものであるから、価値をアグリゲーターとして採用した。つまり価値は技術だけによって規定されうるのであり、それゆえに選択された生産方法が変わらないかぎり、市場における賃金や価格の変化は価値に影響しないと、考えたのである。」

　これは重要な指摘である。現在の経済学は、これを分岐点に成立している。アダム=スミス、リカード、マルクス、そして本稿で使った、キッドランドとプレスコットの RBC 理論は、いわゆる労働価値説の上に成り立っているのである。一方、ケインズの経済学は、巨視的とは言い難い、不安定な労働賃金表示の集計量の上に成り立っているのである。どちらが「経済成長」や「景気循環」等の巨視的つまりマクロ経済学に似つかわしいかは明らかだと思う。ケインズの視点は重要かもしれないが、IS-LM 分析などは何の役にも立たない理論なのである。労働賃金表示の集計量を選んだことがケインズ経済学の限界である。

9.3　制度の経済学

青木昌彦先生等が進めておられる、比較制度分析の概念で、ゲーム理論を使っておられるが、このゲーム理論は、労働価値説と違った意味で重要な経済学の要素である。これについて若干考察しておこう。

サムエルソンが教科書『経済学』の中で述べた、経済学とは何をする学問かということを思い出そう。サムエルソンは、彼の教科書、『経済学』で、次のように述べている。「経済学を学ぶ上で重要なことは、合成の誤謬を理解することである」という主張である。つまり、合成の誤謬とは、「一部分について真であることが、そうであることだけのゆえに、全体についても必然的に真であるとみなされる誤謬」である。その例として、「もしすべての農民が精出して働き、自然がそれに協力して、豊作が得られるならば、農家所得の総額は下がるかもしれず、またおそらく下がるであろう」という豊作貧乏が真であるという主張している。この指摘が正しいことを、現在の経済学という学問で一つのツールとなっている、Nash 均衡の概念を用いて述べる。

資本主義社会は、個々が「全体最適を求めている社会」ではなく、自分自身の効用の最大化を求めている。更に、消費者と生産者が同じ構成員であるという事実にもかかわらず、消費者の立場としては、いいものを必要なだけ安く買おうとし、生産者の立場としては、他人を蹴落としてまで自分の商品をいかに高く多く買ってもらうかの社会であり、競争社会と呼ばれる、「自我の対立」が一般的な社会である。つまり、「ゲーム理論の Nash 均衡の社会」である。しかし、「全体最適の社会」に比べて「ゲーム理論の Nash 均衡の社会」が劣っているかといえばそうでもない。実際に、第二次世界大戦後の社会は、良くも悪くも、「全体最適の社会」を目指した社会主義国家が滅亡していく中で、「ゲーム理論の Nash 均衡の社会」の資本主義社会が生き残った。なぜそうなったのかについて、ゲーム理論で盛んに研究されている。一生懸命働き、いいものを安く作り、更に新しい商品を作るべきだというインセンティブは、資本主義社会の方が優れていたからと説明されている。まさしく、競争社会は、インセンティブの社会である。しかし、今回の不況にみられるように、プロセスイノベーションの遂行により、一生懸命に生産性を上げることが社会全体にとって、常に全体の最適を与えるとはいえない状態を引き起こすことがある。いわゆる、豊作貧乏の現代版を、サムエルソンは予測していたのである。そして、本稿によってそれが厳密に証明された。

しかし、Nash 均衡の社会がどの時代にも一般的かというとそうでもない。古くは、「原始共同体」という社会があったことを私たちは歴史の中で学んだ。では、いつ Nash 均衡の社会が生まれたかというと、これは、アダム・スミスがすでに述べている。アダム・スミスは、『国富論』の中

で、ピン工場の分業について指摘した。この生産性を上げるための分業制度が、Nash 均衡の社会の始まりである。つまり、この時点から、消費者と生産者の分離が始まったのである。やはり、『経済学のバイブル』としての『国富論』は、Nash 均衡の始まり=資本主義の始まりである、分業制の始まりから述べざるを得なかったのである。

参考文献

[1] Barro, R. J. and Sala-i-Martin, X. *Economic Growth*. MIT Press 2004.　(大住圭介訳『内生的経済成長 (第 2 版)』九州大学出版会、2006 年)

[2] Francis, Neville and Ramey, Valerie A. *Is the technology-driven real business cycle hypothesis dead? Shocks and aggregate fluctuations revisited*. Journal of Monetary Economics 52,1379-1399 2005.

[3] Hansen, Gary D. *Indivisible labor and the business cycle*. Journal of Monetary Economics 16,309-327 1985.

[4] Ramsey, Frank P. *A Mathematical Theory of Savings*. Economic Journal 38-152, 543-559 1928.

[5] Romer, David *Advanced Macroeconomics*. The McGraw-Hill Companies, Inc. 1996.　(堀 雅博、岩成 博夫、南條 隆訳『上級マクロ経済学』日本評論社、1998 年)

[6] 脇田成『マクロ経済学のパースペクティブ』日本経済新聞社 (1998)