$\chi(\omega_s \otimes 1_q) = \omega_i \otimes (\sum_i a_i \otimes a_i')$ となる。$\sum_i a_i \otimes a_i'$ は $(C(\Delta_q)^{(2)})_r$ に属する。故に $s>q$ の時、$\chi(e_s \otimes 1_q) \in \sum_{i \geq 1} \overline{W}_i \otimes C(\Delta_q)^{(2)}_j$ となる。よって、$\chi(e_s \otimes \sigma) \in \# \sum_{i \geq 1} \overline{W}_i \otimes C(X)^{(2)}_j$

$\alpha \in H^p(X)$ とする。$\overline{\omega}^i$ は $H_i(RP^\infty)$ の生成元

$< (id \times_\pi d)^* P(\alpha),\ \overline{\omega}^i \times a >$　　$|a| = 2p-i$　　$i>p$

$= < P(\alpha)\ \ (id \times_\pi d)_* (\overline{\omega}^i \times a) >$

$= < k[u(\alpha)],\ (id \times_\pi d)_* (\overline{\omega}^i \times a) >$

ここで，naturality を持った。

$$S(S^\infty) \otimes S(X) \xrightarrow{\tilde{\nabla}_\#} S(S^\infty \times X) \xrightarrow{\tilde{\nabla}_\#} \overline{W} \otimes S(X)$$

な

$$\left(z \otimes x \longmapsto z \times x \right) \quad \left(\begin{array}{c} z \in S_0(S^\infty) \\ x \in S_i(X) \end{array} \right)$$

る $Z_2\pi$ chain homotopy equivalence の合成を考えるで

これは $Z_2\pi$ chain homotopy equivalence で $S_q(S^\infty) \otimes S(X) \longrightarrow \overline{W}_q \otimes S(X)$ $\forall q$ なるものと $Z_2\pi$ chain homotop であるて

$$\overline{W}_i \otimes S_{|a|}(X) \xrightarrow{\chi} (\overline{W} \otimes S(X)^{(2)})_{2p}$$ で $\overline{W}_0 \otimes S(X)$

に χ の image は 0 しか属さない。

故に $< (id \times_\pi d)^* P(\alpha),\ \overline{\omega}^i \times a > = 0$ $\forall a$

$$Sq^k \alpha = 0 \quad (k < 0)$$

$Sq^0 \alpha = \alpha$ について、

$(C(\Delta^q)^{(2)})_{2q}$ は唯一の元 $1_q \otimes 1_q$ で生成され

る自由加群である。ここで

$$W\otimes S(X) \xrightarrow{\alpha} W\otimes S(X)^{(2)} \xrightarrow{\varepsilon\otimes id} S(X)^{3}$$

ε は $\omega_q\ (q\neq 0)$ に対し $\varepsilon(\omega_q)=0$

ω_0 に対し $\varepsilon(\omega_0)=1$

本3. $Z_2\pi$ chain map を考える。

$(\varepsilon\otimes id)\alpha\,(\omega_q\otimes I_q) = I_q\otimes I_q$

または $=0$ である。

従って任意の X とその任意の特異 q 単体 σ に対し $(\varepsilon\otimes id)\alpha\,(\omega_q\otimes\sigma)=\sigma\otimes\sigma$

または $=0$ である。

上であるならば $Sq^0_q\alpha=\alpha$ ということを示し

ている。$q=1$ の時 $(\varepsilon\otimes id)\alpha(\omega_1\otimes I_1)=I_1\otimes I_1$ であ

ることをまず示す。Δ_1 の頂点は P_0, P_1 である。

$\omega_0\otimes P_0 \xrightarrow{(\varepsilon\otimes id)\alpha} P_0\otimes P_0$ ∮ $\quad \omega_0\otimes P_1 \xrightarrow{(\varepsilon\otimes id)\alpha} P_1\otimes P_1$

$$\begin{array}{ccc}
\omega_1\otimes P_0 & \xrightarrow{\partial} & (T+1)\omega_0\otimes P_1 \\
\vdots & & \downarrow{\scriptstyle (\varepsilon\otimes id)\alpha} \\
0 & \xrightarrow{\partial} & 0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc}
\omega_0\otimes(P_0P_1) & \xrightarrow{\partial} & \omega_0\otimes(P_1+P_0) \\
\vdots & & \downarrow{\scriptstyle \varepsilon\otimes id} \\
(P_0P_1)\otimes P_1+P_0\otimes(P_0P_1) & \xrightarrow{\partial} & P_1\otimes P_1+P_0\otimes P
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
\omega_1\otimes(P_0P_1) & \xrightarrow{\partial} & (T+1)\omega_0\otimes(P_0P_1)+\omega_1\otimes(P_1+P_0) \\
\vdots & & \downarrow{\scriptstyle (\varepsilon\otimes id)\alpha} \\
(P_0,P_1)\otimes(P_0,P_1) & \xrightarrow{\partial} & (P_0P_1)\otimes P_1+P_0\otimes(P_0P_1)+P_1\otimes(P_0P_1)+
\end{array}$$

よって $Sq^0\alpha = \alpha$ $|\alpha| = 1$ である。

次に $\forall q$ に対し $Sq^0\alpha = \alpha$ $|\alpha| = q$ を示す。

β を $H^1(S^1)$ の generator とする。

$\alpha \times \beta \in H^{q+1}(X \times S^1)$ を考える。

$$\begin{aligned} Sq^0(\alpha \times \beta) &= Sq^0\alpha \times Sq^0\beta \\ &= Sq^0\alpha \times \beta \end{aligned}$$

よって q に対する帰納法により示される。

Q.E.D

$\wp^i$ についても同様な方法を用いることができる。

1982年3月1日～3月7日

加筆 清書

著者　泉　宏明

住所　〒739-0145　　広島県東広島市八本松町宗吉 92-5

HomePage

http://www7a.biglobe.ne.jp/~popuri_art/izumi/