2003.4.10

# 高校サークルだより

道数協高校サークル発行　43 号

文責　真鍋和弘

## 3 三月例会の報告

## 函館市湯の川・温泉旅館「都」にて

3／8(土).9(日)の2日間.函館市湯の川温泉で3月例会が開催され12名が参加しました。ゲストとして元道数協委員長の村山貞雄さんをお呼びして,「これからの数学教育に望むこと」と題して講演していただきました。

1925 年(大正 13)生まれの先生は,日本が軍国主義につき進むなか,東京物理学校(今の東京理科大学)で数学や物理を学ばれました。1945 年 3 月の東京大空襲では九死に一生を得て、故郷の函館までたどりついたそうです。

戦後は中学校で数学の楽しさを生徒に伝える一方,遠山啓らとともに数教協活動の普及,発展に力を発揮されました。78 歳の現在も沖縄をはじめ,全国を回りながら後輩を激励されています。

今回のお話しも.数学教材の本質は「生徒の主体性に十分配慮して,好奇心を育てるものでなければばならない」と諭されました。

夜の部では,お酒を片手に,遠山啓との想い出や,戦後の民主的な教育運動に関わる貴重なお話しを伺うことができました。

## レポートの内容

今回は５本の報告がありました.発表順に,少し主観を交えながら,感想を含めて内容をお伝えします。

### ■　Nishiya の記号について

西谷優一(遺愛女手高校)

残念ながら Nishiya の記号については,時間の関係で今回触れられず,等差・等比数列の公式,漸化式,指数関数のグラフについての報告がありました.Nishiya の記号はまた改めて紹介したいと思います.

日本の組合せ数学における強制的な$_n C_r$と$_n P_r$の使用には,自由な数学的発想を妨げる恐れがあります.西谷さんのユニークな記号は,生徒たちにもきっと受け入れられるものだと思います。

公式暗記主義から脱却する方法として,等差・等比数列の公式を

$$a_n = a_m + (n-m)d$$

$$a_n = a_m r^{n-m}$$

とすることを提唱しています.筆者も同じ理由から,数列を $a_0$ から始めると,

$$a_n = a_0 + nd$$

$$a_n = a_0 r^n$$

となって $n-1$ が出てこないことを強調したことがあります.

また,西谷さんは漸化式の特性方程式の解αは,数列の初期値として考えると。不動点となることを紹介されました.

数列や級数の取り扱いについては,高校サークルでもきちんと検討することが必要だと思います.

## ■　高校における積分

岩澤利守(八雲高校)

高校での微積分については,すでに渡邊さん(ブックレット №.1),清水さん、氏家さんらによる実践的な研究があります。

今回,岩澤さんがとり上げたのは,区分求積的な積分の定義の際にでてくる面積関数 S(X)の数学的な性質です。教科書などでは直観的に,面積関数=原始関数ですが,これは一般的には成り立たちません。

岩澤さんによると,S(x)が原始関数(すなわち $S'(x)=f(x)$)となる条件は, f (x) は連続で,区間[x、y]における f の最小値、最大値をそれぞれm、Mとすると

① $S(a, x) + S(x, y) = S(a, y)$

② $m(x-y) \leqq S(x, y) \leqq M(x-y)$

となることです.①は面積の加法性、②は長方形による面積の近似可能性を表します。

レポートの最後で「積分が原始関数をもとめることに帰するという高校数学にとっての出発点は、関数の連続性という数学的背景のもとで初めて獲得されるものである」

と強調しています.ルベーグ積分までを射程に入れた高校数学における積分の研究をもっと深める必要があるようです。

なお,この方面の研究が元室蘭工業大学山口格さんにより「北海道の教育'90」に報告されています。そこでは区分求積的な積分(リーマン積分)が中途半端であることが述べられています。この分野は、いわゆる超準解析や無限小 dx を用いた微積分,量や物理と微積分の関係など,わくわくするような題材が転がっています。

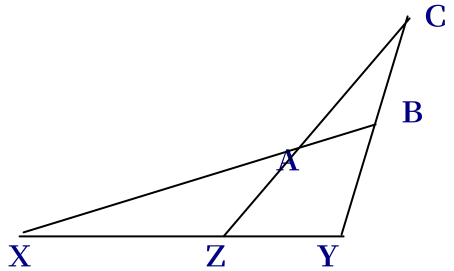
## ■中心拡大の合成によるメネラウスの定理の証明

高橋哲男(稚内北星学園大学)・

昨年 12 月の道数協「冬期研」での報告の続編です。メネラウスの定理は数学Aの平面幾何に登場する(射影幾何の)定理です。

高校の幾何教育を変換を軸に再構成するという高橋さんの壮大なプランの一部です。

メネラウスの定理とは、図において,




$$\frac{XZ}{ZY}\cdot\frac{YC}{CB}\cdot\frac{BA}{AX}=1$$

となることを言います.筆者は個人的には前回の説明の方が分かり易かったような気がします。

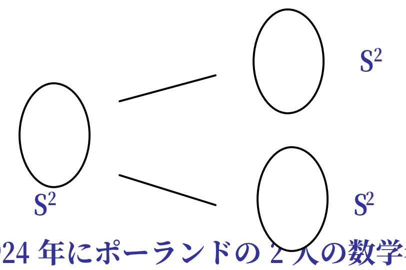
## ■バナッハ・タルスキーの定理

成田牧(札幌啓成高校)

1 月例会に引き続いて,不思議なバナッハ・タルスキーの定理の紹介です.今回はさらに 3 次元の回転群 SO(3)と自由群の

関係について詳しく書き加えられています。

バナッハ・タルスキーの定理とは「ある大きさの球体を,有限個にうまく分割し,形を変えないで組み直すと,最初と同じ大きさの球体が２個できる」というものです。




この定理は 1924 年にポーランドの 2 人の数学者によって証明されました。20 世紀初頭にカントールによって始められた無限(点)集合論は、数学の思想そのものを根底から変える画期的なものでした。この定理もその延長線上にあると考えられます。

残念ながら時間が足りず,後半の説明は次回にということになりました。

今年の市民講座で,高校生や市民がこの定理に触れたとき,どのような感じ方をするのか今から楽しみです。

## ■1で終わる数(フェルマー・オイラーの定理との関連)

真鍋和弘(札幌篠路高校)

「数学教室」1月号に載った表紙の問題「pが2と5の倍数でなければ,必ずp$^n$が1で終るような正の整数nが存在することを示せ」を考えていくうちに、成田さんの指摘で,この問題が初等整数論におけるオイラーの定理そのものであることがわかりました。

オイラーの定理とは

「Pをmと互いに素な任意の整数とする時

$$p^{j(m)} = 1 (\mathrm{mod} \quad m)$$

が成り立つ。ここでφ(m)はオイラーの関数,すなわちmod　mでmと互いに素な整数の個数」です。

p$^n$が1で終るとは，p$^n$÷10が余り1ということ同値です。すなわち、

$$p^n = 1 (\mathrm{mod} \quad 10)$$

です。

いま　m＝10とおくと、mod 10で10と互いに素な整数は{1,3,7,9}ですから,ψ(10)＝4となります。これから、$1^4=3^4=7^4=9^4=1(\mathrm{mod}\ 10)$がえられます。

結局、n＝4の倍数のとき、2と5の倍数でないpに対して、$p^n$ が1で終ることが証明されました。

フェルマーに始まり,ガウスが完成させた初等整数論は整数がかかわる現象を説明する美しい理論です。「1で終る数」のような具体的な問題を通して,高校生に初等整数論を教える実践的なプランの開発が望まれます。

<お知らせ＞

# 高校サークル６月例会

　緑深い森や数々の湖沼，湿原，四季折々の感動がある場所，根室．
　雄大な自然に包まれた日本最東端の街にて，皆様のご参加をお待ちしております．
　活性ミネラル泉天然鉱石のお湯で，旅の疲れをときほぐし，オホーツク海と太平洋，二つの豊穣の海が育んだ新鮮な海の幸を存分に楽しめるお宿で，日頃から情熱を注いでいる数学への思いを熱く語り合いましょう．

谷内敏高(根室高校)'．

1．日　時　　６月７日(土)・８日(日)
2．場　所　　旅館・「大野屋」(根室市常磐町 2-24　TEL　0153－23－3185)
3．内　容　　６/７　14:30　受付
　　　　　　　　　15:00　特別授業「高校の先生にもわかる算数」
　　　　　　　　　　　講師：菊地三郎さん(札幌市立小野幌小学校教諭)
　　　　　　　　　16:30　レポート発表
　　　　　　　　　18:00　夕食・交流会
　　　　　　６/８　9:00　レポート発表
　　　　　　　　　12:00　終了・解散'
4．参加費　8500 円(1 泊 2 食、税別)
5、申込み　５月２３日(金)までに別紙 FAX 用紙にて
6．問合せ　札幌新川高校　清水貞人(TEL　011－761－6111)