

数教協全国研究会議報告

成田 収 (静内高校)

全国研究会議は2月12日13日の二日間、広島市で行われました。今回のテーマは100マス計算、習熟度別学習、21世紀市民の共通教養としての数学の3点にわたるものでした。

100マス計算については、松下佳代氏(京都大学)が報告しました。国際的学力調査により日本の子ども達の学力低下が「証明」され、文科省はゆとり路線から学力向上路線へ大きく舵を切ったが、学力向上を数値で示す説明責任に直面した学校が手軽に数値を上げることに飛びつく手段として手頃だったのが100マス計算であり、計算練習をすれば脳が活性化されるという脳科学の知見や、100マス計算によって、計算力に限らず、考える力や集中力も付くというふれこみで、なすべき事があまりにも簡単であることがうけて、かなりの広がりを見せているとのことです。

しかし、一桁のたしざんがわかる過程を分析すると、

1. $a+b$ という計算の意味が分かる
2. $a+b$ の計算の手続きができる
3. これらをまとめてパット答えが出せる(縮約化)
4. それがすべての場合(100通り)についてできる

などとなるが、100マス計算が効果的なのは、3. 4. の段階についてのみ。

しかも速さを追求すると、意味理解のわかり直しなどを通じて生まれる応用力や柔軟性の形成の機会を奪うことにもなると述べている。このことには、共感しました。

さらに、脳科学の知見として引用しているのは、川島隆太氏の言説で、クレペリン検査に見られるような単純な一桁の数の計算が脳血流を活性化するというので、100マス計算が脳を活性化するという研究ではありません。確かに、本人は単純な計算によって脳の広範な領域が訓練され、その結果難しい問題も解けるようになると言っ

てはいますが、同時に、難しい問題は脳全体を活性化しないことも述べています。(では、活性化された脳は難しい問題を解く役に立つのでしょうか。)また、川島氏の知見は他の多くの脳科学者から支持されているとは言い難く、かえって、繰り返し学習をすることで、脳の活性が下がるというデータは存在するため、学習に対する集中力が減る可能性もあるというのが定説のようだという報告は始めて聞くものでした。

松下佳代氏は、100マス計算ブームに踊らされることなく、数学の学力をしっかりと付ける事が必要であり、数学を、定型の問題を大量に速く解くことを目指すのではなく、もっと広い視点でとらえ、現実を定式化し数学の世界でそれを解きその解を現実の中で解釈し現実の問題の解を得る過程すべてを数学ととらえるべきで、その考え方は、PISAの学力調査の考え方と一致する。さらに、この数学の過程全体を評価する方法としてのパフォーマンス・アセスメント(作品のできばえをみるテスト)による学力評価を、これまでのペーパーテストの多くに見られるアチーブメントテスト(できたかどうかのみを見るテスト)に変わるものとして、提唱しています。かなり重要な提起ではないかと考えました。

習熟度学習の報告は小寺隆幸氏によるものでした。その報告によれば、習熟度別学習はすでに60%以上の小中学校で取り入れられていると言うことです。しかも学校ごとの判断で習熟度別学習が取り入れられているのではなく、教育委員会の圧力により取り入れられている所が多いということです。少人数教育は効果を生む、少人数教育＝習熟度別学習とする上からの圧力の中で、教員の定数増を確保しようとする、それと引き替えに習熟度別学習が強要される仕組みになっているといえます。しかし、1970年代のアメリカにおける大量の研究で明らかのように、習熟度別学習は全体の学力向上にとってマイナスの効果しか生まない事が明らかになっていますし、日

本の国立教育政策研究所の最近の研究でも、習熟度別学習は学力向上に効果があるとは言えないことがはっきりしています。にもかかわらず、習熟度別学習はますますその勢いを強めています。

この背景には、「自己責任」、「悪平等」の言葉をまき散らし、教育に金をかけずに「小さな政府」をめざし、平等に教育を受ける権利の剥奪をねらっている層の考え方があります。さらに、多くの人々が教育の目的が国際競争に打ち勝つ一部の優秀な層の創出を目指すことであるというところに違和感を感じなくなってきたことも大きな要素です。教育の中に競争を仕組んできたもの達の勝利とも言えます。教育が一人ひとりの主権者として豊かに生きる権利(学習権)としては定着せず、「できんものはできんままで結構」、「非才無才の教育に金をかけるのは無駄」という教育課程審議会の重鎮の発言に翻弄されるように、「上位層をのばすこと」「進学成績をあげること」に目を奪われている現場の教員の考え方も重要な要素です。

しかし、上位層を伸ばすことを目指す教育の中で、学力は限りなく二極分化し、ついには、国際的な学力調査で日本の急速な落ち込みがはっきりする事態を招いています。OECDの学力調査であるPISA(Programme for International Student Assessment)で読解リテラシー、数学的リテラシーが、三年間でそれぞれ8位から14位、1位から6位へ後退したことが明らかになりました。このことは、現場の教員であれば、調査をするまでもなく、最近急速な学力の落ち込みを実感していたことと一致しています。「最近どうしようもなくものの理を理解しないものが増えた」というのは実感ではないでしょうか。OECDの学力調査によって落ち込みがはっきりしたのは先進国のうち教育をコース別、習熟度別に分けている諸国に特徴的に現れています。フィンランドがこの調査の多くの項目で上位を占めています。この国では、平等で少人数の複式学級が多い小規模学校のなかで、教員が自由裁量で子ども達の学力保障をすることができるように時間割に余裕があり、その中でできるものもできないものもコミュニケーションを取りながら協力し合う「協同学習」が行われていることに特徴があります。習熟度別に分けてしまっただけでは、できない子の「わからない」という発言に触発されてより深い学びがおこるチャンスを失ってしまいます。

やはり教育は、すべての人々が教育を受けることによ

って自分の世界を広げることができるようになる権利を持っていて、その権利を保障する形で行われるものではないでしょうか。社会にとって有用な「人材」が育成されるのは権利としての学習権の保障の結果生まれるものであって、社会にとって有用な人材を競争的に育成することをめざす教育は人格を無視した転倒したものであり、その結果は自らの利得をめざす腐敗したエリートと膨大な無知の人々からなる二極分化社会を生み出すのではないかと感じました。

3月例会旭川で賑やかに開催

高校サークル3月例会をJR旭川駅にほど近い旭川第一ホテルで行いました。今回は高校サークルのメンバーに、札幌小野幌小学校の菊池三郎先生、札幌中学校サークルの高岡さん、昨年宗谷管内の中学校を定年退職された旭川在住の田中喜久男先生、稚内北星大学の高橋さん、かつて高橋さんと北大須田研究室で「正負の数」の授業プランを作った旭川市役所勤務の平賀沙織さん、昨年暮れの道数協冬期研に参加された岩見沢教育大学の藤岡希美さんらが加わり、高校サークル誕生以来いちばん賑やかな例会となりました。以下、レポートの紹介をご本人にさせていただきました。

パワーポイントを使った授業

石黒正行(北照高校)

授業をしていて毎年必ずといっていいほど生徒から「この数学って何のためになるの?」、「なぜ数学を学ばなければならないの?」等の質問が投げかけられる。生徒も先生がどのような返答をするのか興味津々。生徒にとってつまらない返答をすると、「先生も数学マニアなんだ」等、自分たちの世界と違う人間としてレッテル張りをする。小中学校で苦しめられ、学ぶ意欲をなくした彼らにとってはごく普通の質問に違いない。しかし、教師としてこの質問にきちんと答えられないことにいつも歯がゆさを感じてきた。それで私なりに数学を学ぶ意味や学ぶために何が必要なのか考えをまとめて、授業開きのオリエンテーションとして作製したものです。また、指数、対数、三角比、二次関数などの導入で使用したパワーポイントも紹介しました。

ピックの定理

菊地三郎(小野幌小学校)

1月の高校サークル10周年記念の集會に参加の約束をしていて、入院が長引いたために参加することができず、心苦しう思っていましたところに、旭川集會の案内が届きました。これは、是非とも行かなければならないと思っております。1ヵ月半の入院で、「傷」よりも「鬱」の方が深刻で、前のような前向き(とは言えたいしたもんじゃありませんが...)な気分になりません。そこで、この2ヵ月間に試してきたリハビリの一環(電車に乗って遠くに行く療法。釧路を2往復は体験済、等)として、旭川に行くことを決めました。

一応実践家の端くれですので、今年のテーマ・課題を持っていかねばと思ひ、大急ぎで「ピックの定理」(形で敷きつめられて出来る平面。その格子点を結んで作る多角形は、内部の格子点の数と、多角形の周上にある格子点の数によって面積が決まる)を持っていきました。小学生に「ピックの定理」を証明しようという試みですから、未だ全体像は明らかになっていません。触りだけの紹介をしました。学習会の中で、石黒先生(北照高)から貴重な情報と「小学校でも是非やってほしい」との激励を受けました。帰りの電車の中で、当日、会場の向いにある富貴堂で購入した「アインシュタイン」の本を読んでいると、ピックはアインシュタインの友達であったことがわかりました。ますますやる気が出ました。今年にはピックの定理で勝負(?)することに決めました。夏には「全体像」が形になるようになります。

数論的ピタゴラスの定理

真鍋和弘(札幌篠路高校)

「ピタゴラスの定理: $x^2 + y^2 = z^2$ 」は数学の定理の中ではポピュラーですが、何故か日本の文科省検定教科書では「三平方の定理」と述べられています。これを満たす整数の組(x, y, z)はピタゴラス数と呼ばれ、昔から数学者たちを魅了してきました。ギリシア後期の数学者ディオファントスは、 65^2 が4通りの平方数の和:

$$65^2 = 52^2 + 39^2$$

$$65^2 = 60^2 + 25^2$$

$$65^2 = 63^2 + 16^2$$

$$65^2 = 33^2 + 56^2$$

で表されることを発見しました。彼の不定方程式に関する研究は、その後フェルマーやガウスによって引き継がれ、素数を主な対象とする数学の分野「数論」が誕生しました。1801年に刊行されたガウスの『数論研究』には、幼いころからの整数を愛したガウス少年の研究成果が余すところなく述べられており、日本の数学好きの小中学生や市民たちと一緒に学んでいく「夢の講座」をいつか実現させたいと思っています。

二次関数『平方完成』の指導

～授業困難校での試み～

石島 悟(静内農業高校)

計算が不得意な生徒にとって、平方完成を身につけるのは難しいと思います。それを克服するには $y = x^2 + ax$, $y = ax^2 + bx$ の形の平方完成をきちんと身につけさせることだと思います。分数になる場合にも触れた授業実践レポートです。ポイントは「簡潔」にあります。教科書と比べると明らかだと思います。平方完成で苦労されているのなら参考にしてみてください。

新しい数を作って、数の世界を広げよう～中1初めての数学～

田中喜久男(旭川緑ヶ丘中学校)

もう十数年も前に山口格先生から「マイナスの時間を掛けるなんていうのは数学じゃない。マイナスを掛けるということは、数直線で180°回転させるということだと教えるべきだ。」という発言があり、初めは反発を感じたが、それが中1の子どもにわかって楽しく教えられたらと徐々に思うようになり色々プランを考えた。去年の3月現役を退いて講師となり教えるチャンスがあって、「マイナスを掛けると、もとの数の符号を反対にする」というまとめ方をして自分なりに一歩前進という気持ちになっていた。そんなときに「研究と実践」が届き、全国研究会議の記録や桑名さんの感想を読み、山口格さんの言うような方向が必要ということが議論され、 $(+2) \times (-1) = -2$ 、 $(+2) + (-2) = 0$ として導入する意思があったことが書かれていた。「このようにする」と約束して新しい数を作っていくという意

思と理解し、結局これしかないのだと決着することにした。

実践の最初に「 $2 + \square = 0$ の□にあてはまる数を決めよう」ということから入り、マイナスの数を誕生させ、

$$(+3) + (-5) = (+3) + (-3 - 2) = -2$$

とした。

しかし、 -5 を $-3 - 2$ にしてしまうのは無理があると高橋さんから意見があった。自分もそう思っていたが、次のようにやっていくとよいかと思う。

$$(-3) + (-2) \text{に} (+3) + (+2) \text{を加える。}$$

$$(-3) + (-2) + (+3) + (+2) = 0$$

$$(+3) + (+2) = (+5) \text{より}$$

$$(-3) + (-2) = (-5)$$

しかし、中1には難しい。どうしたらよいか。これらの確かめはランプで遊びながらやる。

$$\text{掛け算は、} (+3) \times (-1) = \square$$

□は何にしようかということから入り、 -3 と

反数に変える操作が -1 を掛けることの意味と決める。掛け算はこれで終りみたいなもので味も素気もない(数直線で 180° 回転も確認するが...)。悩みはまた続く。

市民の数学

～対数発展編へのスケッチ2～

成田 収 (静岡内高校)

今回は、対数の歴史の中でニュートンからオイラーの部分を紹介しました。

これを、市民講座でみんなで鑑賞しよう。鑑賞ができれば、私たちも、対数の複素関数としての振る舞いを調べることができる一歩手前まで来ていることになる、という意味で楽しみです。さらに、コーシーやリーマンの世界まで到達できたら、対数の発展とともに数学史のうち中世から近代までを冒険することになります。

しかし、驚いたのは、ニュートンやオイラーは、対数の級数展開で二項定理を使っていながら、その二項定理が一般の有理数指数に対して成立することを証明せずに使っているということです。大変おおらかというか、その結果得られたものがきちんとしたものでさえあればよいという、数学に対する考え方が現代の我々とは少し違うことが見て取れます。そうだとすれば、私たちの厳密性はいつ頃どのようにして数学を支配するようになったのかも少々興味のわくところですよ。

しかし現代において、市民講座として一般二項定理を使う場合、やはり、その厳密な正しさの保障が欲しくなります。どなたか、この一般二項定理の簡単な、そして、市民講座にふさわしい微積分を使わない初等的な「証明」を掘り出すことを手伝っていただけないものでしょうか。

二項定理は、次の場面で次のように使われています。

ω を無限小数として、 a^ω は1に近い数なので

$a^\omega = 1 + k\omega$ と表すことができる。ここで、 a の値を調節すると k の値を1とすることができる。この、特別な底の

値を e とすると、 $e^\omega = 1 + \omega$ となるので、

$\omega = \log(1 + \omega)$ となり、 $i\omega = \log(1 + \omega)^i$ となるが、 i として採用される数が大きければ大きいほど、

$(1 + \omega)^i$ は大きくなる。 i を無限大数とすると、 $(1 + \omega)^i$ は1よりも大きい任意の数に到達する。そこで、

$(1 + \omega)^i = 1 + x$ と置くと $i\omega = \log(1 + x)$ となる。

ところで、 $(1 + \omega)^i = 1 + x$ と置いたのであるから、

$$1 + \omega = (1 + x)^{\frac{1}{i}}$$

$$\text{したがって} \omega = (1 + x)^{\frac{1}{i}} - 1$$

$$\text{これより、} i\omega = i(1 + x)^{\frac{1}{i}} - i$$

$i\omega = \log(1 + x)$ であったから、

$$\log(1 + x) = i(1 + x)^{\frac{1}{i}} - i$$

この式を展開するために、 r が有理数の一般二項定理、

$$(1 + x)^r = 1 + \binom{r}{1}x + \binom{r}{2}x^2 + \dots + \binom{r}{k}x^k + \dots$$

ただし、

$$\binom{r}{1} = \frac{r}{1!}, \binom{r}{2} = \frac{r(r-1)}{2!}, \dots,$$

$$\binom{r}{k} = \frac{r(r-1)(r-2)\dots(r-k+1)}{k!}$$

を使って、 $(1 + x)^{\frac{1}{i}}$ の展開を、

$$(1+x)^i = 1 + \frac{i}{1}x + \frac{i(i-1)}{1 \cdot 2!}x^2 + \frac{i(i-1)(2i-1)}{1 \cdot 2! \cdot 3!}x^3 - \frac{i(i-1)(2i-1)(3i-1)}{1 \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4!}x^4 + \dots$$

て得たうえで、

i は無限大数であるから、

$$\frac{i-1}{2!} = \frac{1}{2}, \frac{2i-1}{3!} = \frac{2}{3}, \frac{3i-1}{4!} = \frac{3}{4}, \dots$$

オイラーは、対数関数の無限級数展開

$$\log(1+x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

を得ています。

3月例会に参加して

平賀沙織(旭川市役所)

最近は数学教育とは疎遠になってしまっていたが、今回の例会に参加させていただいて、北大の数学教育グループで研究してい

た数年前を懐かしく思い出しました。自分が面白いと感じたことを誰かに伝えたい、そしてどうしたらうまく伝わるだろうと真剣に考える。立場は違ってもそのような思いは同じであることを再確認し、レポートに感動したり真剣に考えた、そのような時間を共有できて今回参加できたことを嬉しく思います。

3月例会に参加して

藤岡希美(北海道教育大学岩見沢校)

今回は都合により一日だけの参加でしたが、とても学んだことの多い研究会でした。普段大学では学べないこと、また、現場の先生方の「数学を楽しみながら学ぶ」ためのさまざまな実践が紹介され、私にとっても興味深い内容でした。私が経験してきた高校数学とは「大学受験を突破するため」だけの数学であり、数学そのものを楽しむことはありませんでした。だからこそ、数を楽しみながら数学を学べたらどんなに素晴らしいことだろうかと思いました。これからは、受験のための数学に重きが置かれている中で、いかにして数そのものを楽しみながら学べる数学を作

っていくかを常に頭に置きながら、さまざまな授業を考えていけたらと思います。ありがとうございました。

3月例会に参加して

貞安洋子(旭川大学高校)

高校教師だけでなく、数学つながりでたくさんの方々が旭川に足を運んで参加してくださり、とても感謝感激しています。この会に参加し、たくさんのレポートを改めて目を通してみると数学への尽きることのない『期待』が私の中に沸き起こります。ものごとの起源、つながり、視野が広がる感覚、知る、数学で感じるができる喜び楽しみ、子どもたちと一緒に味わいたいと強く思います。学生のときに心動かされたプランの一つである「正負の数の導入」。平賀さんとの出会いで、また私の夢への一歩がこの会で近づきました。

待望の「高校サークルブックレット3」が完成しました！

稚内北星大学の高橋さんと、その教え子でもある幕別町立札内中学校の小丹枝さんによる共著です。小丹枝さんが大学卒業を間近に控えたころ、お二人は数列をテーマに教科書の教育内容構成・教材構成を批判的に検討し始めました。そして、「数列の指導においては漸化式、階差数列が大切である」ことに気付き、それらを中軸に据えた新たな数列指導の対案を考え出しました。

内容は、本論編・解説編・授業案編の3部構成で、これまでも幾度か高校サークルで検討され改良が加えられてきました。今年の秋には数教協の機関誌「数学教室」の授業研究で取り上げることも検討しています。高橋さんによると、今後多くの学校現場で活用していただき、「子どもの瞳輝く数学」教育実現のために資することを願っているということです。購入を希望される方は事務局までご連絡下さい。

夏休み、音更で会いましょう！

今年7月の全道大会は、十勝の音更中学校で開催します。意外なことに全道大会を十勝管内で行うのは道数協の歴史の中で今回が初めのことです。記念講演は横浜国立大学の根上生也さんをお願いしました。この4月から「ガチャガチャポン」(昔のポンキッキのような番組)というテレビ番組に「数学探偵セイヤ」として出演されている根上さんに自作のショートムービーを交えながら「数学を楽しむ3つの方法」についてお話しをしていただきます。北海道教育委員会後援のお墨付きですので、1次案内をご利用のうえ大会参加のご準備をお願いします。尚、宿泊の斡旋は特に致しませんので、各自で早めに予約をお願いします。JR帯広駅近くのビジネスホテルが安くてとても便利です。

<6月例会のご案内>

高校サークル例会をオホーツクで行うのは初めてではないかと思えます。毛ガニ、ズワイ、カレイなど、オホーツクの海の幸が皆様をお待ちしていますので、大いに期待していらして下さい。また、「ごまちゃんランドでアザラシにさわろうツアー」、「海の幸お土産ツアー」など、ご希望に応じて各種オプションツアーもご紹介いたします。

紋別北高校 上西 亮

①期 日 6月18日(土)・19日(日)

②会 場 紋別北高等学校

③内 容 6/18(土)

14:30 受付

15:00 レポート発表①

18:00 終了・移動

19:00 夕食・交流会

6/19(日)

9:00 レポート発表②

12:00 終了・解散

④宿泊先 まるまん旅館とりこし

住所:紋別市潮見町4丁目1-29

T EL:01582(3)4675

⑤宿泊費 6,000円(1泊2食付)

⑥申込み 6月3日(金)まで別紙FAXにて