

北海道地区数学教育協議会
高校サークルだより55

2005.9.3発行

文責:清水 貞人

shimizoo@r2.dion.ne.jp

7年ぶりの『授業研究会』を、
平取で行います！

7年ぶりに『数学教室』の特集企画である『高校授業研究』を引き受けることになりました。前回の『対数』同様、今年4月にブックレット3『数列』を発行したのを機に、『数学教室』誌上に掲載することで、北海道から新しい数列の授業プランを発信するにはとても良い機会と判断しました。授業者は、このプランを実践された経験のある須田道春さんをお願いしました。当日の授業は、生徒たちが立方体タイルを用いた『欠損チェス盤問題』に取り組みながら、数学的帰納法の考え方を体験していく授業を予定しています。授業と座談会の様子は、来年発刊の『数学教室3月号』に掲載される予定です。ふるってご参加下さい。

期 日:2005年9月30日(金)

場 所:北海道平取高等学校

授業者:須田道春さん(平取高校)

テーマ:数学的帰納法

日 程:12:20~13:20受付

13:30~14:20研究授業

14:30~16:00座談会

17:30~19:30交流会

申込み:別紙FAX用紙にて

その他:宿泊を希望される方は各自で申し込んで下さい。『ビジネスホテルびらとり』(01457-2-2302)が近くて便利です。

問合せ:新川高校・清水(011-761-6111)

『家庭の算数・数学百科』が、
ついに完成しました！

数学教育協議会創立50周年記念企画『家庭の算数・数学百科』がこの8月、ついに完成しました。家庭生活において難しい数学の用語を手軽に調べられるよう、そのお手伝いがないだろうかという意図から誕生した本で、900近い項目を全国各地約230人の会員が分担執筆しています。ぜひとも、ご家庭に一冊、さらに、学校の図書館や数学準備室にも置いていただき、普及にご協力いただけると幸いです。北海道から執筆にあたった方々(石川高行、氏家英夫、小田島清勝、加藤渾一、澤尻知徳、清水貞人、高橋哲男、徳江堯、成田収、真鍋和弘、村山貞雄、渡邊勝、敬称略)には、後日お渡しします。

2005合同教育研究集会にレ
ポートを持って参加しよう！

今年は真鍋さんの勤務先でもある篠路高校が会場です。これまでも、この集会の数学教育分科会を、高校サークルの活動の一環として位置付けてきました。小中学校の先生方と算数・数学教育について実践交流できるのが最大の魅力です。レポートを持って気軽にご参加下さい。

期 日:2005年11月12(土)・13(日)日

場 所:札幌篠路高等学校

日 程:11/12 13:30~17:00

11/13 9:30~15:00

第53回全国大会参加報告 (清水貞人)

開会行事

被爆60周年を迎えた直後の8月8日から3日間、広島市内の鈴峯女子短期大学において、「数楽」「元気」「平和」をサブテーマに数教協全国大会が開催されました。開会行事では、折り紙サークルによる「折り鶴」の作製、鈴峯女子中高の生徒さんによる「平和を願う詩」の朗読というヒロシマらしい企画に加え、安野光雅さん(画家)、森ミドリさん(音楽家)、野崎委員長(数学者)による「トークショー」という斬新な企画もありました。「トークショー」は事前の打ち合わせ無しということでしたが、安野さんの楽しいおしゃべりに森さんが上手く絡んで、野崎委員長もホスト役を見事にこなしていました。さらに、森さんのチェレスタによる弾き語りが華を添え、終始和やかに楽しいひと時でした。

入門講座

開会行事に先立って行われた15の入門講座の中から、解析教材の指導法(岩手・伊藤潤一さん)に参加しました。伊藤さんは関数が生徒に嫌われている理由として、扱っている「問題」が、「関数」と称しながら「解析幾何」という問題が実に多い。関数らしい問題は、「予測」という新しい知(情報)を得る問題であると指摘。また、関数を学ぶ意義として、現在の状況を把握し変化法則を解析して、予測をたてることにある。つまり、「いまはこうだ(初期値)」+「このままいけば(変化法則)」=「将来はこうなる(予測)」をマスターすることが目標であると明言。この「予想の科学」の原型として1次関数がある。三角関数の定義は「辺の長さ 有向線分 座標」とステップを踏んで進化させる。大事なことは、「図で定義された関数」ということであり、点のプロット、座標の読み取りなどのアナログ的作業

が欠かせない。

公開授業・模擬授業

大会2日目の午前は公開授業「教具いっぱい！ドラえもんで三角比」(愛知・森田佳和さん)に参加しました。この授業は、愛知の私学で毎年実施している「授業改革フェスティバル」の公開授業として「教具のすばらしさを全面に出せる授業」をテーマに作り上げたもので、「巨大クルクル」、「円周コンパス」などを使って、三角比の導入から定義の拡大、そして正弦定理に至るまでを、5人の教師によるドラマ仕立てで展開していました。のび太たちが夏休みの宿題が出来ずに困っているとき、ドラえもんがポケットから教具を取り出して見事に解決していく様子は、教具の使い方や教具のすばらしさを、初めて参加された方にも強烈にアピールしていました。

分科会

大会2日目の午後は、昨年に続いて成田さんと2人で「初等関数分科会」を運営しました。東京・増島高敬さんからは、高校生の「学習の質的な転換」のためには教師の「学習指導の転換」が求められる。そのための手がかりを考えあいたいという提起がありました。「基礎」的な概念や技法を学ぶために、あえて「応用」問題を先行させる。「現実 数学 現実」という数学化サイクルを回することで、学習者は概念や技法を発生的形成的に学ぶことができる。換言すれば、「応用」の中に「基礎」がある。基礎的な技法の練習はその段階に位置付けられてこそ、高い動機付けをもって行うことができる。

来年は、岩手・花巻温泉で

花巻大会の準備状況報告を同封しました。読むだけで参加したくなりますよ！

全道大会高校分科会

記録 真鍋和弘（札幌）

今回の全道大会では二つの新しい企画がありました。まず初めて十勝で開催されたこと、また記念講演で初めて数教協でない講師の方をお呼びしました。講師の根上生也さん（横浜国大教授）には、数学者としての本音を語っていただき、また夜の交流会ではユニークなお人柄を披露されるなど、一同大きな刺激を受けました。

高校分科会では、新しい参加者（とくに私学の若い方々）を迎え、習熟度別授業の問題点などについて活発に討議し合うなど、充実したものとなりました。以下レポートの要点を簡単に報告します。

1 「対数」導入の授業

氏家 英夫（白樺学園高校）

今年の数教協の全国大会で行う氏家さんの特別授業に向けて、白樺学園高校での対数の導入のビデオ録画をみんなで見ました。氏家さん考案の「対数めがね」で、子どもたちが対数の意味を理解していく様子が映し出されていました。氏家さんは、全国大会ではどんな生徒が集まるのかと心配していましたが、このプランはどのレベルの生徒に対しても有効なことがすでに実証されており、大丈夫だと思います。

討論では、対応表を用いた計算が実

際正しいことを通常の計算で確かめたほうがよいという指摘がありました。

2 ガウスの黄金定理

真鍋 和弘（札幌篠路高校）

6月例会で触れることができなかった平方剰余の相互法則（ガウスはこれを「黄金定理」と名づけた）についてのレポートです。pが $4m+1$ 型の素数ならば、合同式 $x^2 - 1 \pmod{p}$ は解をもつというのがその核心です。これが素数pの複素数への分解とどう結びつくのか？という肝心な点を言い忘れましたのでこの紙面を借りて補足したいと思います。

フェルマーそしてガウスによって発見されたように、pが $4m+1$ 型の素数なら

$$5 = 2^2 + 1^2 = (2 + i)(2 - i)$$

$$13 = 3^2 + 4^2 = (3 + 2i)(3 - 2i)$$

と分解されますが、pが $4m-1$ 型の素数、例えばp = 7, 11 ならば分解されません。

これは次のように証明されます。

pが $4m+1$ 型の素数ならば、合同式

$$x^2 + 1 = (x + i)(x - i) \equiv 0 \pmod{p}$$

は解をもちます。つまり

$(x + i)(x - i)$ はpで割り切れません。もしpがこれ以上複素数に分解できない（ガウス素数と呼ばれる）と仮定すると、素数の性質からpは $x + i$ または $x - i$ のどちらかを割り切ることにはなりますが、これは不可能です。したがって、pが $4m+1$ 型の

素数ならば

pは必ず複素数に分解されることが分ります。

3 市民の数学・対数発展編へのスナップ

成田 収（静岡内高校）

このレポートは、今年の札幌子育て・教育・文化フェスティバルでの成田さんの市民講座の内容を更に発展させたものです。

全国大会での数学サロンでも発表されます。「対数の近代的解釈と複素関数」と名づけられた節では、自然対数を関数 $1/x$ の積分

$$\log x = \int_1^x \frac{1}{t} dt$$
として定義することから出発し、最終的にはリーマンによる対数の複素関数化に至る道筋が明らかにされます。ここでは対数関数は複素平面における線積分

$$\log z = \int_1^z \frac{1}{w} dw$$
として定義されます。成田さんによれば、

$\log_e(-1)$ の値をめぐってライプニッツとベルヌーイとの間で論争があり、最終的にはオイラーによって決着をみます。対数を複素関数としてとらえれば、その値は無限に多くの値をとります（無限多価関数）。いま複素数を $z = r e^{(\theta + 2\pi n)i}$ とすると、 $-1 = e^{(\theta + 2\pi n)i}$ となるので

$$\log_e(-1) = (2n + 1)\pi i$$
がその答えです。

4 円関数の指導（展望と実際）

渡邊 勝（立命館慶祥高校）

「進学校」での実践を踏まえて円関数（ \sin と \cos ）指導の留意点を示した報告です。渡邊さんは生徒が陥りやすい場面として

角度（弧度）と回転量は本来同じものであるのに、違う量として捉えている。

三角関数を線形関数だと思い込んでいる。例： $\sin(\theta + \phi) = \sin\theta + \sin\phi$

$\sin^2\theta = (\sin\theta)^2$ だと思い込んでいる。

倍角公式、半角公式が使いこなせない。この原因としては、三角法以来の公式中心主義が背景にある。円関数のグラフがなかなか描けない。

などを挙げています。これらを乗り越えるために渡邊さんは「円関数を回転する動点の解析」として位置づけることが必要だと強調されています。かつて渡邊さんは、三角関数を「回転の数学」として、微分方程式までを視野にいたれた自主編成プランを報告されたことがあります。このプランをもっと広める必要があります。討論のなかでは、どこで60分法から弧度法へ移行したらよいのかという質問が出されました。

5 三角関数の加法定理について

清水 貞人（札幌新川高校）

加法定理の証明を授業でどう行うかについて、清水さんから具体例が報告

されました。これについては渡邊さんのレポートにも清水さんの方法が紹介されており、議論が盛り上がりました。回転の合成の際に現れる三角形の相似を用いた証明が分りやすいのではないかとということで決着をみました。この原案は長野県の和田博さんによるもので、オリジナルなプランでは、三角関数の合成から加法定理を導くようになっています。

⑥ フィボナッチ数と黄金比

小林 隆（清水高校）

フィボナッチ数とは、

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …

という数列です。今回、小学校の分科会でも星野和夫さんがとりあげています。この数列には面白い性質がいろいろあり、数学の奥深さを感じさせます。例えば第5項までの平方の和をとると、

$$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 = 5 \cdot 8$$

となって右辺にもフィボナッチ数が現れます。小林さんはこれを「面積図」として生徒たちに色分けさせ、作品として提出させました。連続的に図形が変化していく様子は「渦巻き」として認識されますが、ヒマワリの種の配列やオウム貝の形状など、自然界に現れるフィボナッチ数とも何か関連がありそうです。どなたかこの関連を説明する理論を考えてみてください。