

## 札幌に300名が集う

道数協全道大会は7月31日(月)8月1日(火)の両日札幌の白石中学校を会場として行われました。前日までの冷夏を予想させる気候とはうってかわって、30°C近い夏らしい、ビールのおいしい気候の中で行われました。

## わくわく講座

全体講演の講師である小林道正先生によるわくわく講座は「微積分の導入 — 私の場合 —」と題して行われましたが、わずか、1時間で微分の導入から積分の導入までを全くギャップなく自然につながったひとまとまりの「お話」としてまとめ上げて聞かせてくれました。

その概略は、速度で微分を導入し、区分積の「お話」をして、 $v-t$ グラフで考えて、速度の関数の下にできる面積が距離の関数で、距離の関数の差が移動距離であることから、積分が微分の逆であることを理解する。そうすると、距離の関数が微分の逆演算で求められることから、「不定積分」を「原始関数」とほぼ同義に理解するというものです。

小林氏は

『微分して $f(x)$ になる関数を $F(x)$ と書くのはいいのですが、「細かく分けてたす」ということが分かるように、 $F(x) = \int f(x) dx$ と書くのが便利です。』と述べています。

私自身は、この部分に多少の引っかかりを感じながらも、全体の流れの美しさに感動を覚えました。分かっている人が話すとこんなに分かりやすいものなのだということがよく分かりました。

## 全体講演

つづく全体講演は、「愛」とくに、おとなの子どもに対する「愛」、教育における教師の「愛」がテーマでした。子どもを愛することからはじまる教育は、道を踏み誤ることがないのではないかと、「思いこみ」による誤謬も、愛を基調に乗り越えられるのではないかと語っているように聞こえました。

量の理論による演算指導は数教協の研究による成果ですが、かけ算に量 $\times$ 数あるいは数 $\times$ 量を早いうちに導入し数 $\times$ 数への飛躍をしても、子どもが十分に理解する可能性はあるのではないかと、あるいは、量分数がなかなか子どもに受け入れられないとしたら、3つに分けた2つが $\frac{2}{3}$ であるという考え方も自然で有効ではないかと述べています。

愛を基調にした教育条理にもとづいたタブーのない研究で『子どもたちのひとみ輝く「数楽」を』、『未来をひらく数学を』実現したいものだとして述べていました。

## 高校分科会

高校分科会は、26人の参加で6本のレポートを検討しました。参加者は、小学校の先生1、高校の先生18、大学の先生1、大学生3、大学院生2、一般市民1でした。高校の先生の中にも、公立高校の全日制の先生、定時制の先生、大規模校、小規模校、水産高校、工業高校、私立高校の先生と多彩な顔ぶれでした。

最初に真鍋和弘さんから、基調報告がされました。その内容は、大会要項の高校分科会の基調報告に詳細が記されていますが、その中心的テーマは、現在の右翼的政治潮流が教

育を巻き込んで戦争のできる「普通の国」になることを目指してその動きを強めています。が、コントロールのいうように「数学の本性はその自由性にある」ことはあきらかで、自由で平和な社会でなければ、数学と数学教育は生きることができません。その自由と平和を大切に守り育てる中で、数学や数学教育が生き生きと息づくことができる空間を、北海道から作っていききたいものです。そうして、アーベルが北欧の小国ノールウェイから生まれたように、第2のアーベルが北海道から出現するほどに、成熟した文化をこの地に根付かせたいものです、と語りかけてくれました。

以下、レポートの感想、概要などを報告します。

## 内分点と外分点の公式

### 三角形の内心・外心・重心

須田道春 平取高校

$A(a)$ ,  $B(b)$ ,  $P(x)$  として、線分  $AB$  を  $m:n$  に内分(外分)する点を、 $P$  とするとき、 $x-a:b-x=m:n$  から内項と外項の積が等しいとして代数的に、 $x$  を求めるよりも、 $2:1$  などの具体例を媒介に、幾何学的に  $AB$  を  $3$  等分 ( $3=2+1$ ) して、その  $2$  つ分の位置に  $P$  があると考え、

$$x = \frac{b-a}{2+1} \times 2 + a \quad \text{とするのが自然だろうと}$$

いう提起がなされました。

確かに、幾何学的な直感も使いながら「実感できる」数学を作ってゆくのは大切なことだと感じました。また、このテーマは、幾何学的にも、力学的にももっと発展していきそうな予感のするところです。次の報告も楽しみです。

また、内心、外心、重心などはその性質から、折り紙で見せるとよく分かるということ報告してくれました。しかし、このやり方で、少々不満なのは内心にせよ、外心にせよ、角の  $2$  等分線の交点が内心ということや、各

辺の垂直  $2$  等分線の交点の外心ということとは簡単に見せることができるが、その定義どおりの内接円の中心、外接円の中心ということにならないのが不満だという、贅沢な悩みが報告されました。しかし、この問題も折り紙の研究者である加藤渾一さん(岩見沢西高校)から、解決のアドバイスがありました。また、重心についての発展的な教材の提示があり、コマを回したり、パズルを解いたり、楽しいひとときになりました。

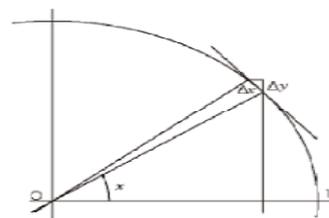
## 三角関数の微積分の指導について

一比例に始まり比例に終わる解析学の道

高橋哲男 稚内北星学園大学

稚内北星学園大学の数学教員養成課程での数学は、数教協がスローガンとしてきた「すべての高校生に微積分を！」の思想と実践理論を受け継いでくれるような数学教員を生み出すべく努力を重ねています。しかし、高校で微積分を学んでいない学生もいるなかで、最短コースで微積分の本質を理解し、微積分の文化を継承してもらうために、「比例に始まり比例に終わる解析学の道」というテキストを編んでいます。今回は、その、最終段階の三角関数の微積分の部分の報告です。

中心となるのは、すべての関数の解析に比例



の考え方を貫こうというものです。その考え方の解析学の最後に三角関数の微分と積分が位置するのですが

その、 $\sin x$  の微分は図のように、角度が  $x$  から  $\Delta x$  増加するときの  $y = \sin x$  の増加分を

$$\Delta y \quad \text{と} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \alpha \quad \text{が定数になり、} \quad \Delta x$$

と  $\Delta y$  が比例するようになるのは、 $\Delta x$  が小さくなって直線と弧が一致するときで、そのと

き、相似性から  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \cos x$  であることが見てそれと分かる。というものです。こうすると、 $\sin x$  の微分は  $\cos x$  だということは、記憶している以外によりどころがないという状況はかなりの程度改善されるのではないのでしょうか。

## 市民とともに楽しむ数楽 — 学校数学をはずれて —

成田 収 静内高校

今、学校の数学が瀕死の重傷にあるように感じるのはごく少数の人たちだけでしょうか。しかし、学校の数学にこだわらなければ、数学はこの数千年の歴史における同様に、生き生きと息づいています。学校数学にとらわれずに市民の数学を考えると、数学は分かれると楽しいが、分からなくとも鑑賞するだけで楽しい癒しの時間と空間を醸し出します。成績に関係しないし、理解を急がされることもない、ゆったりとした至福の時間が経過します。その例が、「バナッハタルスキーの定理 - 金塊を2倍にする方法 -」、「循環小数の謎」、「砂時計の定理」、「1で始まる数が多いのはなぜか」、「対数の誕生・成長・発展」など市民講座で使われた教材を元に報告されました。

中でも、球体が4分割されて組み直されると同じ大きさの球体2つになるという「バナッハタルスキーの定理 - 金塊を2倍にする方法 -」は、その不思議さがいつまでも人を虜にしていますが、そのからくりの中心部分を市民講座同様、この場でも30分間で皆で鑑賞することができました。大学生と小学校の先生が一番喜んでくれたようです。

## 実用数学（数学基礎）を終えて 加藤 渾一 岩見沢西高校

1年間2単位で選択生25人に対して数学基礎の内容を自主編成教材によって行った報告です。

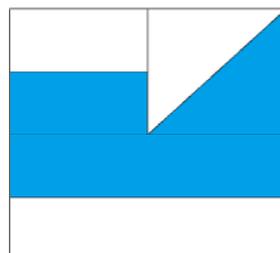
その内容は、表題で並べると、問題のある  
問題、パズル：面積  $\frac{1}{2}$  の図形、不動点を調べ

よう、一筆書きこんな計算法知っている？（歩合算、鶴亀算、年齢算、旅人算、出合算、時計算）重心を求めよう（コマを作ろう！）バーコードの秘密、正多面体を作ろう（オイラーの定理）西暦と閏年（暦の話、干支と年号、あなたの生まれた日は何曜日？）紋章を作ろう、フィボナッチ数列・黄金比、規格用紙の不思議、開平計算、利息の計算（サラ金の数学）折り鶴の数学、大きな数・小さな数、卒業レポート等です。

その他にも、準備して実際には授業に使わなかった題材として、 $2^n$  の世界、分数の世界、3つの世界と5つの心、トイレットペーパーの長さを調べよう、ピタゴラス数、数学塗り絵を楽しもう、不等式で絵を描こう、2次曲線を描こう、縄張りの幾何学、3等分物語、ピククの定理、皇帝の数「9」、小町算、平均（相加平均、相乗平均、調和平均）たかが算数されど算数（小学生に負けるな）こんな計算法知ってる？（植木算、流水算）等があります。

分科会での報告ではこれらのうちほんの  
部の内容が紹介されました。「パズル：面積  $\frac{1}{2}$

の図形」は正方形の折り紙の一辺の midpoint と正方形の中心とを結ぶ線にハサミを入れ、この折り紙をぴったり2枚重ねになるように折り



ます。何種類の折り方ができるでしょう、というのが第1問で、これらの異なるピースを組み合わせると正方形や長方形は何種類できるでしょうと

というのが第2問です。ゆっくり考えると何時間でも遊べそうです。「重心を求めよう」では任意の凸四角形の重心を求めるのに、各辺の

3等分点を結んでできる平行四辺形の対角線の交点が重心であることや、長方形がつながってできるL字型図形等複雑な図形の重心を求めてコマを作ったりして遊びます。

これらの身近な話題に数学がからんでいることを知った生徒たちは、数学っておもしろいものなんだとか、堅苦しいものではないんだとか、これからも数学をやってみたい等というたくさんの肯定的な感想を述べています。

## 関数の定義について

真鍋和弘 札幌篠路高校

数研出版の新編数学の関数の記述に、「 $x$ の関数 $y$ を表す式を $f(x)$ とか $g(x)$ などと書くことがある。」「 $f(x)$ の $x$ に数 $k$ を代入して計算した $f(x)$ の値を $f(k)$ で表す。」という記述があります。

これは、関数が式で書かれるものとは限らないというディリクレ以降の関数定義に照らしてみると誤解を生みかねない記述であることを指摘しています。

真鍋さんの記述は、「もともと、関数の記号 $f(x)$ は $x$ の式である必要はありません。したがって、 $f(k)$ は $x$ の式に $k$ の値を代入して計算した値ではなく、 $x$ が $k$ のときの関数 $f(x)$ の値です。」と、明快です。さらに、もし $f(x)$ が式であり、 $f(k)$ は計算値だとすると、起こる不都合として、4点を指摘しています。

1. 関数是对应であって、 $f(x)$ は式であると教えると関数と $f(x)$ という記号は別物と考える危険がある。

2.  $f(x)$ を式と考えると異なる式による同一の関数は異なる関数記号を使わなければならない。

3.  $y = [x]$ ,  $y = |x|$ などは「計算」ではその値を知ることができない。

4. 三角関数や、指数関数、対数関数も高校数学では $x$ の式としては定義されていないので

$f(x) = \sin x$ ,  $f(x) = a^x$ ,  $f(x) = \log_a x$  などとは書くことができない。という4点です。

このことの報告に平行して、真鍋さんは、関数概念がライプニッツによって曲線の接線や法線の長さを総称するものとして導入され、オイラーなどによって式によって関係づけられる2量あるいは多数の変量として発展し、ディリクレなどによって一意対応として現在の姿に落ち着く数学史的視点を獲得させてくれた。言いようによっては、関数よりも導関数の方が関数として早く認識されたということの一つの驚きでした。

## P T A 公開セミナーの取り組み

清水真人 札幌新川高校

昨年始まった新川高校での数学市民講座ともいえる、「新川高校P T A公開セミナー」が今年も、元気に計画されているという報告です。去年は、土曜セミナーの一環として出発しようとした、父母、高校生を含む市民対象の数学おもしろ講座が、いったんは挫折しながら、P T Aの研修講座として復活し、そこで数学のススメ～数学の楽しさ再発見～トイレットペーパーの数学を実施し、大変好評でした。

「学生時代はあまり勉強自体好きでなかったかもしれませんが、でも、社会人となり、親となり、今この時期、勉強が楽しいなと思えるのです。今日もとても楽しく取り組みました。点数や成績に関係ないからでしょうか。「生活の中の数学」もの見方がすこし変わりました。楽しい一時をありがとうございました。」という感想をいただいています。

本物の学問がこんなところで花咲き始めていると感じるのは私だけでしょうか。

今年もまた、9月2日に行われます。今後の発展を楽しみにしたいと思います。

## 二次関数パラメーターつき 最大・最小値説明器

渡辺勝 立命館慶祥高校

$a$  を実数とすると、 $(0 \leq x \leq 2)$  で定義される二次関数  $y = -x^2 + 2ax$  の最大値、最小値を求める問題や、

$a$  を実数とすると、 $(a \leq x \leq a+2)$  で定義される二次関数  $y = -x^2 + 4x$  の最大値、最小値を求める問題は二次関数の最大値、最小値問題の「胸突き八丁」一番難しいところなので平易に理解させたいという動機で、具体的に関数のグラフが定義域の「窓」の向こうを通過したり、定義域の「窓」が、関数のグラフの前面を通過する「模型」を作って説明したものの報告です。

このとき、関数のグラフの(対称)軸、と窓の中央の軸がよく見えるように色分けをしておき、その中央に意識を集中させておくと、場合分けの必然性が模型から手に取るように分かるというものです。

また、渡辺さんはいつものように、教科通信「待て待ち暇」(まてまちか)の今年度号5号分を紹介してくれました。機知に富んだ軽妙なタッチで語られる内容には、深い、歴史と語学と数学の知性があふれていますが、今回は、「有理数、無理数」の言葉の由来について含蓄の深い洞察が述べられています。

これまで、有理数とは rational number の訳で、rational とは、理にかなったという意味があり、明治時代に英語を日本語に置き換えるときにそのまま「理にかなった数」すなわち「有理数」と訳したものであろうが、

有理数とは整数の比で  $\frac{n}{m}$  とあらわされる数、すなわち、分数で表される数のことで、rational は ratio の形容詞形であり、ratio は比という意味なので、rational number は比の数と訳されるべきところを誤って訳されたものである。したがって、「有比数」とでも訳するのが

正しかったのではないだろうか、というのが定説でした。

しかし、今回、渡辺さんの考察では、ギリシア時代、ピタゴラスのころは、すべての秩序は整数比で表されるとして、天体の運行、音階、数の理などを説明しています。その彼らが、正方形の対角線の長さなどは整数比で表されないことを発見してしまったとき、この数を「 $\sqrt{2}$  (アロゴン)」といい、その意味は「論外、論拠を欠いている」というものです。これが、英語になって、irrational number となったもので、これは、まさに理にかなっていない数「無理数」と訳すべきものです。したがって、rational number はやはり、理にかなった数「有理数」とするのが正しいということになります。

というように、私は、いままでの固定観念を完全に打ち砕かれてしまいました。いままで、教室で得意になって披露していた「お話」は無惨にもその根拠が揺らいでしまいました。

教訓です、「思いこみ」を真実のように語ってはならず、真実以外のことは謙虚に語らなくてはならないと感じました。

(以上、文責・成田收)

## 花巻温泉に800名が集う

数教協第54回全国研究大会が大会テーマ「未来をひらく数学を～なぜなぜ・のびのび・わくわく授業」の下、8月3日(木)～5日(土)の3日間、岩手県花巻温泉において行われました。全国各地から800名を超える参加者があり、北海道からも確認できただけで25名の参加がありました。

高校関係では、西谷さん(遺愛女子)、斉藤さん(遺愛女子)、桶谷さん(稚内)、熊谷さん(根室)、中谷さん夫妻(滝川西)、小西さん(札幌光星)、井上さん(札幌南)、成田さん(静内)、そして清水(札幌新川)の10名でした。(漏れていたら御免なさい。)

1日目の午前に行われた「楽々講座」では、

成田さんが「市民と楽しむ数学」を担当し、約20の参加者と「対数」を楽しみました。午後の開会行事では、盛岡白百合学園高校の放送部による宮沢賢治の物語の朗読と、音楽部による宮沢賢治「星めぐりの歌」の合唱に続いて、宮沢賢治が教鞭をとった花巻農業高校の鹿踊り部による民舞が披露され、地元の高校生による演出はたいへん魅力的でした。続いて秋山仁さんと野崎昭弘さんによる記念対談「未来をひらく数学教育とは～これからのカリキュラムに望むこと」が行われました。秋山さんは「賢治の授業は五感を総動員し心に刻み脳裏に訴えた。子どもたちが興味を持つ質の高い授業を実践してほしい」、野崎さんは「未来を担う子どもたちをどう育てるか、しっかりと議論していこう。数学を通して、考える楽しさと重要性を身に付けることが大切だ」と力説されました。

夕食後は、名物「東北の夜祭り」で「教具展」、「ポスター展」を楽しみました。日々の授業から生まれた手作りの教具やゲーム、生徒の作品など、すぐにでも使えそうなものが多数ありました。その中で、井上さん（札幌南）が出品した「正12面体パズル」の教具が最高の名誉である野崎賞に輝きました。井上さんにはぜひ、次の例会で作品を披露してもらえればと思います。私もポスター展に「携帯電話の通話料金と数楽」というものを出しましたが何も貰えませんでした（笑）

2日目は午前と午後を通しての分科会でした。私と成田さんは「数学基礎・楽しい数学」の運営を担当しました。西谷さん（遺愛女子）の「メールで数学」、吉川さん（岐阜・不破高校）の「三角比の覚え方」をはじめ7本のユニークなレポートが揃いました。中でも竹中さん（愛知・西三サークル）の「読み切り授業」は、受験に数学を必要としない生徒を対象にしたもので基本的に1時間で完結する内容になっています。「紙の秘密」、「魔法のカード」などテーマに沿った授業を行い、その内容を生徒自身が1枚のプリントにまとめ

て1週間後に提出します。テストは行わず提出されたプリントで評価します。最後の授業では生徒たちから愛のこもった寄せ書き入りの黄色いハッピーがプレゼントされたそうです。

最終日のAMIサロンでは、「受験体制・受験数学とどう付き合うか」の運営を私が担当しました。「全国で数学教員の採用が増えつつある。私たちが数学少年少女を育て、数学の楽しさを味わった人を後継者に」という展望が見出されました。開会行事終了後、大会のオプションツアーに参加し花巻市内で「わんこそば」を初体験しました。男性の平均は60杯ということでしたが私も成田さんも50杯で打ち止めでした。その後、宮沢賢治資料館で宮沢賢治の世界を堪能し、花巻空港から千歳に帰ってきました。来年は、長野県の上山田温泉で8/3から3日間行われます。

**全道合同教育研究集会のご案内**  
日時：11月11日（土）・12日（日）

会場：札幌琴似工業高校（西区琴似13条11）

数学教育分科会にご参集下さい。レポートの持込み大歓迎です。数教協ゼミナール最新号「子どもとともに授業をつくる」（東京私学サークル・小林俊道さん）も販売します。

（以上、文責・清水真人）